

## 改进的容量约束设施区划模型的算法及应用

吴建军<sup>1,2</sup>, 孔云峰<sup>2,3</sup>

(1.开封大学旅游学院, 河南 开封 475004;  
2.河南大学黄河中下游数字地理技术教育部重点实验室, 河南 开封 475004;  
3.河南大学地理与环境学院, 河南 开封 475004)  
✉ 205910327@kfu.edu.cn; yfkong@henu.edu.cn



**摘要:**针对经典的容量约束设施区位模型(CFLP)缺少考虑公平、效率与服务质量三方面的因素,以及平衡三者关系的问题,文章提出了引入覆盖半径 $\phi$ 、最低覆盖率 $\mu$ 、设施建设成本 $CAP$ 对模型进行改进,算法的求解实质是求解线性规划问题的最优解。根据以上方法进行案例区的计算验证,实验结果表明,与传统模型算法相比,改进的CFLP模型通过灵活选择设施的服务半径和覆盖率参数求解计算,能较好地兼顾服务成本、服务质量和空间公平性三者之间的关系,并可在5s内得出最优解,相比传统算法150s的平均计算时间,有显著的提升,对城市公共服务设施的布局优化具有较高的实用价值。

**关键词:**容量约束;改进区划模型;求解算法;公共服务设施优化

**中图分类号:**TP391.9 **文献标志码:**A

## Algorithm and Application of Improved Capacitated Facilities Location Problem Model

WU Jianjun<sup>1,2</sup>, KONG Yunfeng<sup>2,3</sup>

(1.Tourism College, Kaifeng University, Kaifeng 475004, China;  
2.Key Laboratory of Geospatial Technology for the Middle and Lower Yellow River Regions, Ministry of Education, Henan University, Kaifeng 475004, China;  
3.College of Geography and Environmental Science, Henan University, Kaifeng 475004, China)  
✉ 205910327@kfu.edu.cn; yfkong@henu.edu.cn

**Abstract:** In view of the lack of consideration of fairness, efficiency and service quality in the classic Capacitated Facilities Location Problem (CFLP), as well as the problem of balancing the three factors, this paper proposes to improve CFLP by introducing coverage radius  $\phi$ , minimum coverage  $\mu$  and facility construction cost  $CAP$  into the model. The essence of the algorithm is to find out the optimal solution to the linear programming problems. Based on the above methods, the calculation and verification of the case area are carried out. The experimental results show that compared with traditional model algorithms, the improved CFLP model flexibly selects the service radius and coverage parameters of facilities for solution and calculation, and better considers the relationship between service cost, service quality, and spatial fairness. The optimal solution can be obtained within 5 seconds, which is significantly faster than the average calculation speed of 150 seconds of the traditional algorithms. It has high practical value for optimizing the layout of urban public service facilities.

**Key words:** capacity constraints; improving the zoning model; solution algorithm; optimization of public service facilities

### 0 引言(Introduction)

公共服务设施空间布局的公平性是指服务的需求者对设

施的使用机会是均等的,这也是公共服务设施空间布局的最终目的。公共服务设施空间布局涉及的是复杂空间的设施区位

问题,简单来说就是对设施进行选址定位,具体是利用数学模型和算法寻找复杂问题中的最佳或近似最佳的解答,进而改善或优化现有系统的效率<sup>[1-3]</sup>。

现阶段,国内关于公共服务设施空间布局优化的研究比较丰富,邵晖等<sup>[4]</sup>、安芸睿<sup>[5]</sup>和许翔宇<sup>[6]</sup>采用各区人口与公共设施数量的比值等方法研究公共服务资源空间分布特征。李旭丽等<sup>[7]</sup>和罗萌<sup>[8]</sup>根据以研究区域内的公共服务设施数量与人口数量的供需情况采用对比分析的方法进行了研究。还有学者采用基于 GIS 的多准则决策分析的最优选址模型等方法进行了分析探讨<sup>[9-11]</sup>。这些研究都是较粗略的定量分析研究。空间布局优化研究所涉及的数据量非常大,目前关于公共服务设施优化布局的研究,已有理论研究者提出了一些数学模型和算法,但由于这些模型和算法属于 NP 难问题(NP-Hard),尤其对于中大规模问题,难以获得精确解,因此,这也是目前国内鲜少研究的领域。

## 1 经典的 CFLP 模型算法(Classic CFLP model algorithm)

得益于近几年计算机技术的进步和发展,空间布局规划问题模型解算效率快速提升,已逐步满足很多实际应用。基于此,本项目以基本医疗卫生服务设施为具体研究对象,借用经典的 CFLP 模型,并对模型进行进一步优化,设计、开发出解算工具,为实现公民公平享有公共卫生服务资源、节约政府公共投资提供技术支持。

优化设施布局就要进行精确的定量分析,本研究的算法原理是基于 CFLP 模型(经典的容量约束设施区位问题),首先令集合  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  表示  $n$  个候选医疗服务设施的空间位置,设施  $i (i \in I)$  有最大接诊量  $S_i$ 。令集合  $J = \{1, 2, \dots, m\}$  表示  $m$  个需求点,需求点  $j (j \in J)$  的就医服务需求量为  $d_j$ 。空间单元  $i$  与单元  $j$  之间的距离成本为  $c_{ij}$ 。定义布尔型决策变量  $x_{ij}$  为是否指派医疗服务设施  $i$  到需求空间  $j$  进行服务,布尔型决策变量  $y_i$  表示是否在区位  $i$  上建设医疗卫生服务设施,经典的单源 CFLP 模型如下:

$$\sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{j \in J} d_j c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} d_j x_{ij} \leq s_i y_i, \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$x_{ij}, y_i = \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (4)$$

其中:目标函数(1)最小化设施固定成本和使用服务的旅行成本;约束条件(2)保证每一个空间单元的需求获得公共服务;约束条件(3)保证每一个服务设施分配的服务量不超过其供给量;条件(4)定义决策变量  $x_{ij}$  和  $y_i$ 。

## 2 CFLP 模型算法改进原理(Principle of improving CFLP model algorithm)

经典的 CFLP 模型没有考虑设施服务半径,这会使得部分需求区位距离服务设施过远,缺少公平性方面的考虑。为克服这一局限,本文提出改进方法,即在模型中引入覆盖半径。令覆盖半径为  $\phi$ ,在约束条件(2)中加入服务半径限制,见约束条

件(5):

$$\sum_{i \in I, d_{ij} \leq \phi} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in J \quad (5)$$

但是,约束条件(5)会导致所需设施数量大幅增加。为平衡服务成本、服务质量和空间公平性三者之间的关系,本文引入最低覆盖率  $\mu$  继续对模型进行改进。在经典模型中增加新的约束条件(6),即设施在服务半径内覆盖需求总量满足最低覆盖率指标。

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J, d_{ij} \leq \phi} d_j x_{ij} \geq \mu \sum_{j \in J} d_j \quad (6)$$

考虑到设施建设成本在规划阶段难以精确地估算,可将建设成本设置为一个较大的固定数值  $CAP$ ,从而将目标函数(1)修改为(7):

$$CAP \sum_{i \in I} y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_j c_{ij} x_{ij} \quad (7)$$

基于上述改进的 CFLP 模型,本研究进行算法求解的设计。借鉴单源 CFLP 数学启发算法进行求解。算法原理概括如下:(1)通过构造启发式算法获得问题初始解;(2)从当前解中随机选择一个超大邻域,获取邻域内的需求点、当前设施和候选设施集合;(3)构造邻域内子问题模型,求解模型获得局部解,并使用局部解更新当前全局解;(4)重复执行“步骤(2)”和“步骤(3)”,直到不能更新当前解。“步骤(2)”能构造一个大邻域,“步骤(3)”能发现邻域内的最优解。

模型经以上改进后,所有需求区位都能够满足服务半径的要求。

## 3 算法应用(Algorithm application)

### 3.1 软件安装

本研究所提算法的求解实质是求解线性规划问题的最优解。线性规划是研究线性约束条件下线性目标函数的极值问题的数学理论和方法。Python 中有许多第三方的工具可以解决这类问题,本研究采用的是常用的 pulp 工具包。软件运行环境为 Windows 10。此外,需要安装 Gurobi(全球综合能力排名第一的数学规划求解器),获取 Gurobi 商业版或学术版软件,并安装在运行算法的计算机中。

### 3.2 数据准备

首先给定城市基本空间单元(500 m×500 m 的网格)、单元内就医需求数量(居民人数)、候选设施空间位置(医疗服务设施的地点)和设施的最大服务容量(卫生服务中心或卫生院的接诊量),其次选择一定数量的区域内医疗服务设施,满足所有居民点的就医需求,并指定服务半径( $\phi$ )和需求覆盖率( $\mu$ )要求,研究的最终目标是让所需要的服务设施的数目( $N$ )最少,使居民看病就医的旅行成本最低。

使用 ARCGIS 10.6 地理信息系统软件创建医疗服务供应者图层,在该图层中保持原有的 29 个基本医疗卫生服务设施,并在此基础上于 KF 市区的基本空间单元中选择 173 个候选点,作为备选医疗服务设施的备选点。本算法的目的是快速从候选点中选出最合适的服务设施的空间位置,从而尽可能地使每个居民点距离所对应的卫生服务设施最短,并且不能超过该服务设施的最大服务能力,即获得最优解。同时,要保证医疗

服务设施数量最少。

从 ArcGIS 10.6 相关图层导出相应的属性表,进行整理后最终形成以下文本文件:

ID	Demand	x	y	Fcand	Fcost	Fcap
1	77	499 796.41	3 855 126.75	0	0	0
2	76	499 987.81	3 855 126.75	0	0	0
3	75	500 368.16	3 855 589.75	0	100 000 000	50 000
.....						

应用以上文本文件描述需求点和候选设施点。第 1 列为点位 ID(整数类型),要求 ID 唯一;第 2 列为该点位服务需求量(整数类型),在本研究中具体指城市空间单元格的人数;第 3、4 列为坐标,单位为 m;第 5 列为候选设施点的类型,对于现有的卫生服务中心和卫生院设置为“1”,即必选项,对于其他设施点设置为 0;第 6 列为候选设施投资建设成本,为了尽可能地减少设施数量,设置了一个较大的数值,即  $1.0e^8$ ;第 7 列为设施容量,备选点为 KF 市区 2021 年基本医疗卫生服务设施的平均接诊量,现有的卫生服务设施必选点则是该点 2021 年的实际接诊量。

### 3.3 设施选址计算

本研究的算法使用 Python 程序设计,调用 Gurobi 优化求解器求解子问题模型。实验计算环境为 PC 个人计算机,配置英特尔 Core i5-9400 @ 2.90 GHz 六核处理器,16 GB 内存和 Windows 10 操作系统。安装软件包括 Python 2.7、ArcGIS 10.0 和 Gurobi 9.5.2。在 ArcGIS 中准备案例数据,包括城市基本空间单元及其属性  $d_i$  和  $s_i$ 、单元间距离成本  $c_{ij}$  采用两个单元中心点的直线距离。

研究设置不同的参数,通过程序运行结果分析,总结设施布局优化方案。程序是在 Windows 命令窗口运行相关命令的。表 1 至表 3 是在分别设置了不同的规划参数即服务半径( $\phi$ )和覆盖率( $\mu$ ),并设置不同服务设施总数量的情况下,应用改进模型算法得出的服务设施规划结果的统计。

表 1 服务设施规划结果统计 1( $\phi=1.0\text{ km},\mu=80\%$ )

Tab.1 Statistics 1 of service facility planning results ( $\phi=1.0\text{ km},\mu=80\%$ )

居民点就医距离/km	人口占比/%
0.5	20.47
1.0	33.67
1.5	14.52
2.0	6.53
2.5	5.30
3.0	4.16
3.5	3.84
4.0	2.56
4.5	1.94
5.0	1.41
5.5	1.07

续表

居民点就医距离/km	人口占比/%
6.0	0.85
6.5	0.75
7.0	0.61
7.5	0.53
8.0	0.52
8.5	0.56
9.0	0.37
9.5	0.27
10.0	0.07

从表 1 中可以看出,虽然设置了规划参数服务半径为 1.0 km 和覆盖率为 80%,但是从实际的程序计算结果来看,在新增 5 个、29 个现有设施点必选、共有 34 个卫生服务设施的条件下,满足规划参数服务半径为 1.0 km 时,其实际的人口覆盖率  $\mu$  只有 54.14%。

表 2 服务设施规划结果统计 2 ( $\phi=1.5\text{ km},\mu=70\%$ )

Tab.2 Statistics 2 of service facility planning results ( $\phi=1.5\text{ km},\mu=70\%$ )

居民点就医距离/km	人口占比/%
0.5	17.01
1.0	28.63
1.5	24.48
2.0	10.08
2.5	6.20
3.0	3.45
3.5	2.58
4.0	2.22
4.5	1.75
5.0	1.19
5.5	0.70
6.0	0.53
6.5	0.38
7.0	0.30
7.5	0.16
8.0	0.11
8.5	0.05
9.0	0.06
9.5	0.04
10.0	0.07

从表 2 中可以看出,虽然设置了规划参数服务半径为 1.5 km 和覆盖率为 70%,但是从实际的程序计算结果来看,在新增 5 个、29 个现有设施点必选、共有 34 个服务设施的条件下,当满足规划参数服务半径为 1.5 km 时,实际的人口覆盖率有 70.12%,完全达到了预先设置的 70%的人口覆盖率的规划参数。

**表3 服务设施规划结果统计 3( $\phi=1.5\text{ km},\mu=80\%$ )**  
 Tab.3 Statistics 3 of service facility planning results  
 ( $\phi=1.5\text{ km},\mu=80\%$ )

居民点就医距离/km	人口占比/%
0.5	20.77
1.0	35.85
1.5	23.42
2.0	8.93
2.5	3.81
3.0	2.18
3.5	1.70
4.0	1.17
4.5	0.90
5.0	0.52
5.5	0.23
6.0	0.15
6.5	0.10
7.0	0.05
7.5	0.05
8.0	0.07
8.5	0.05
9.0	0.06

从表3中可以看出,设置了规划参数服务半径为1.5 km和覆盖率为80%,从实际的程序计算结果来看,在保证29个现有设施点必选、不限定设施总数量的情况下,满足规划参数服务半径为1.5 km时,其实际的人口覆盖率为80.04%,完全达到了预先设置的规划参数,但是需要新增加18个卫生服务设施点。

图1显示的是在现有的29个基础卫生设施的基础之上,根据程序运算优化的结果,增加5个卫生服务设施的空间位置,城市空间单元选择500 m×500 m的网格,并删除50人以下的低密度人口区域网格。

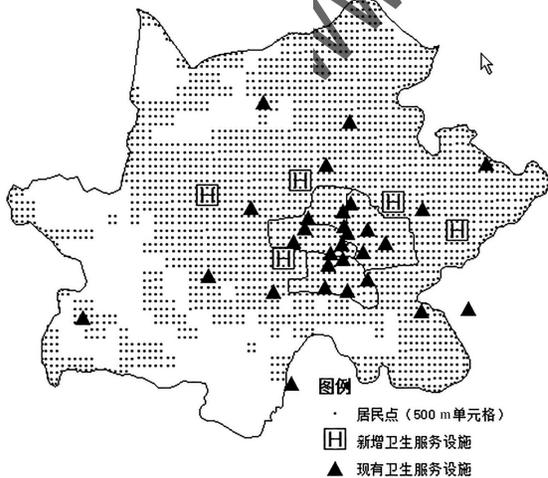


图1 新增设施优化布局图( $\phi=1.5\text{ km},\mu=80\%$ )  
 Fig.1 Optimization layout diagram of new facilities  
 ( $\phi=1.5\text{ km},\mu=80\%$ )

图2显示的是限定34个设施(新增5个),优化新增卫生服务设施后的泰森多边形,平均就医距离为1.74 km,平均每个设施点服务2.80万人,最远就医距离为10 km,占比为0.0676%,约642人,医疗卫生设施利用率较高。

不限定卫生服务设施总数的规划方案如图3所示,该方案没有限定卫生服务设施数量,根据程序计算得出共计47个卫生服务设施(新增18个),平均就医距离为1.38 km,平均每个设施点服务2.02万人,最远就医距离为9 km,占比为0.0577%,约549人,医疗卫生设施利用率较低。

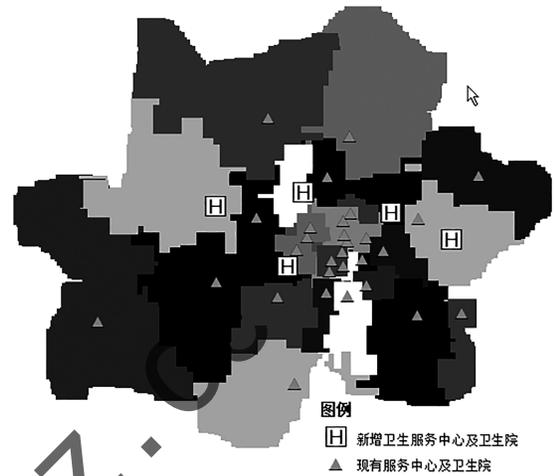


图2 优化的规划方案( $\phi=1.5\text{ km},\mu=80\%,N=34$ )  
 Fig.2 Optimized planning plan( $\phi=1.5\text{ km},\mu=80\%,N=34$ )

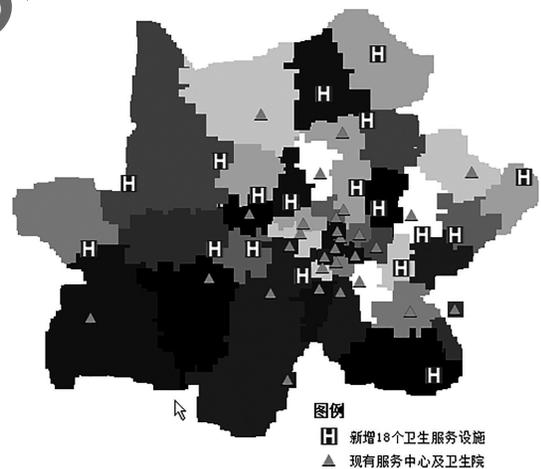


图3 不限定设施总数的规划方案( $\phi=1.5\text{ km},\mu=80\%$ )  
 Fig.3 Planning scheme with an unlimited total number of facilities  
 ( $\phi=1.5\text{ km},\mu=80\%$ )

#### 4 结论(Conclusion)

文章分析了经典的CFLP模型存在的局限性,为克服这一局限,提出可引入覆盖半径 $\phi$ 、最低覆盖率 $\mu$ 、设施建设成本CAP对模型进行改进,实验结果表明,与传统模型算法相比,该模型算法兼顾了服务成本、服务质量和空间公平性三者之间的关系,改进的CFLP模型算法更加科学、合理,实用性更强,也可以应用于公共服务体系中的其他领域,如义务教育、公共文化设施等公共服务空间可达性评估,以利于优化布局。

(下转第44页)