

基于混沌映射与反向学习机制的非线性灰狼优化算法

段冰冰, 马云鹏, 刘津平, 金 音

(天津商业大学信息工程学院, 天津 300134)

✉18298884708@163.com; mayunpeng@tjcu.edu.cn; 2947469890@qq.com; 385739020@qq.com



摘 要: 为提高灰狼优化算法种群多样性和搜索解的质量, 提出一种基于Tent混沌函数与反向学习机制的非线性灰狼优化算法。采用Tent混沌函数和反向学习机制进行种群个体初始化, 使得初始种群个体分布均匀及多样性增强; 引入一种非线性收敛因子控制策略, 平衡其全局搜索能力和局部搜索能力; 引入动态权重策略以提升灰狼优化算法的收敛速度和收敛能力。为验证改进算法的有效性, 采用8个基准数学函数测试其收敛速度和收敛精度, 并与GWO、CGWO和I-GWO三种灰狼算法进行对比。实验结果表明: 非线性灰狼优化算法在多个测试函数上的收敛精度均达到了 10^{-5} 以上, 收敛精度和收敛速度优于其他三种对比算法。

关键词: 优化; 非线性灰狼优化算法; 反向学习机制; 混沌映射

中图分类号: TP181 **文献标识码:** A

Nonlinear Grey Wolf Optimization Algorithm based on Chaotic Mapping and Reverse Learning Mechanism

DUAN Bingbing, MA Yunpeng, LIU Jinping, JIN Yin

(College of Information Engineering, Tianjin University of Commerce, Tianjin 300134, China)

✉18298884708@163.com; mayunpeng@tjcu.edu.cn; 2947469890@qq.com; 385739020@qq.com

Abstract: To improve the population diversity and the quality of search solutions, this paper proposes a nonlinear Grey Wolf Optimization algorithm based on Tent chaos function and reverse learning mechanism. Tent chaos function and reverse learning mechanism are used to initialize the population individuals, enhancing the distribution and diversity. A nonlinear convergence factor control strategy is introduced to balance the global search ability and local search ability. A dynamic weight strategy is introduced to improve the convergence speed and convergence ability of Grey Wolf Optimization (GWO) algorithm. To verify the effectiveness of the proposed algorithm, 8 benchmark mathematical functions are used to test its convergence speed and convergence accuracy, and it is compared with three Grey Wolf algorithms: GWO, CGWO, and I-GWO. The experimental results show that the convergence accuracy of the nonlinear Grey Wolf Optimization algorithm on multiple test functions reaches more than 10^{-5} , and the convergence accuracy and convergence speed are better than the other three comparative algorithms.

Keywords: optimization; nonlinear Grey Wolf Optimization algorithm; reverse learning mechanism; chaotic mapping

1 引言(Introduction)

灰狼优化算法(Grey Wolf Optimization, GWO)是由MIRJALILI等^[1]于2014年提出的一种新型群体智能优化算法, 其是受灰狼群体捕食行为的启发而来。GWO通过模拟灰狼群体的等级机制和捕食行为来达到优化的目的^[2]。GWO具有结

构简单、调节参数少、容易实现等特点, 因此GWO算法被应用于多个领域, 如无人机路径规划^[3]、图像分割^[4]、电力系统^[5]、车间调度问题^[6]等; 但是, 其仍存在一些不足, 如初始种群分布不均匀, 后期收敛速度差、容易陷入局部最优等。

针对上述不足, 国内外学者提出多种改进的灰狼优化

算法。LUO等^[7]提出了一种基于复数编码的GWO算法，增强了种群的多样性，并提出了一种有效的全局优化策略；MADHIARASAN等^[8]将灰狼种群划分为 θ 、 δ 、 φ 三组，降低了计算复杂度，提高了算法的收敛速度；龙文等^[9]引入佳点集理论生成初始种群，提出了一种基于个体自身记忆功能的位置更新公式，平衡了全局探索能力和局部搜索能力；徐辰华等^[10]利用Cat映射产生灰狼种群的初始位置，并利用优胜劣汰选择规则和高斯扰动机制对最优解进行变异操作，算法的求解精度得以提升；王秋萍等^[11]基于余弦变化收敛因子改进GWO算法，并结合动态权重对其进行性能优化，提高了算法的求解精度及稳定性。

为进一步提高GWO算法的性能，本文提出一种基于Tent混沌函数与反向学习机制的非线性灰狼优化算法。在初始种群个体阶段，采用Tent混沌函数和反向学习机制初始化种群个体的位置，令初始解在搜索空间中的分布更均匀，用于增强种群的多样性；在局部搜索阶段，引入一种非线性收敛因子，使其更好地进行局部搜索；在位置更新阶段，引入动态比例权重更新种群的个体位置，加快算法的收敛速度。为验证改进算法的有效性，采用8个基准数学函数测试其收敛速度和收敛精度，并与GWO、CGWO和I-GWO三种灰狼算法进行对比。

2 灰狼优化算法(Grey Wolf Optimization)

灰狼的觅食行为具有严格的等级制度，如图1所示。位于金字塔顶端的 α 狼是整个狼群的领导者，负责各种决策事务；位于金字塔第二层的 β 狼是狼群的智囊团队，听命于 α 狼，并协助 α 狼做决策；位于金字塔第三层的 δ 狼听命于 α 狼和 β 狼；等级最低的是 ω 狼，完全服从 α 狼、 β 狼和 δ 狼。狼群寻找猎物的过程主要包括三个部分：①跟踪、追逐和接近猎物；②追捕包围猎物，直到猎物停止移动；③攻击猎物。

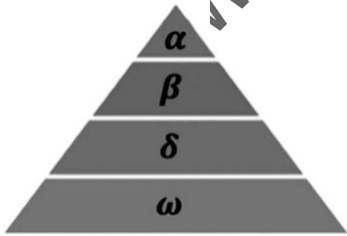


图1 灰狼等级示意图

Fig.1 Hierarchy diagram of grey wolves

2.1 包围猎物阶段

在狩猎过程中，将灰狼围捕猎物的行为定义如下：

$$\bar{D} = |\bar{C} \times \bar{X}_p(t) - \bar{X}(t)| \quad (1)$$

$$\bar{X}_{t+1} = \bar{X}_p(t) - \bar{A} \times \bar{D} \quad (2)$$

其中， $\bar{D}$ 为猎物和灰狼之间的距离； t 为当前的迭代次数， $\bar{A}$ 和 $\bar{C}$ 为系数， $\bar{X}_p$ 为当前猎物的位置向量， $\bar{X}$ 为当前灰狼个体的

位置向量，系数 $\bar{A}$ 和 $\bar{C}$ 的取值如下：

$$\bar{A} = 2\bar{a} \times \bar{r}_1 - \bar{a} \quad (3)$$

$$\bar{C} = 2 \times \bar{r}_2 \quad (4)$$

其中， $\bar{a}$ 是收敛因子，在迭代过程中线性地从2递减到0； $\bar{r}_1$ 和 $\bar{r}_2$ 为在[0, 1]中的随机数。

2.2 狩猎阶段

灰狼个体跟踪猎物位置的数学模型如下所示：

$$\begin{cases} \bar{D}_\alpha = |\bar{C}_\alpha \times \bar{X}_\alpha - \bar{X}| \\ \bar{D}_\beta = |\bar{C}_\beta \times \bar{X}_\beta - \bar{X}| \\ \bar{D}_\delta = |\bar{C}_\delta \times \bar{X}_\delta - \bar{X}| \end{cases} \quad (5)$$

其中， $\bar{D}_\alpha$ 、 $\bar{D}_\beta$ 和 $\bar{D}_\delta$ 分别代表 α 、 β 和 δ 与其他个体之间的距离， $\bar{X}_\alpha$ 、 $\bar{X}_\beta$ 和 $\bar{X}_\delta$ 分别表示 α 、 β 和 δ 的当前位置， $\bar{C}_\alpha$ 、 $\bar{C}_\beta$ 和 $\bar{C}_\delta$ 是随机向量， $\bar{X}$ 是当前的灰狼位置。

$$\begin{cases} \bar{X}_1 = \bar{X}_\alpha - \bar{A}_1 \times \bar{D}_\alpha \\ \bar{X}_2 = \bar{X}_\beta - \bar{A}_2 \times \bar{D}_\beta \\ \bar{X}_3 = \bar{X}_\delta - \bar{A}_3 \times \bar{D}_\delta \end{cases} \quad (6)$$

$$\bar{X}_{(t+1)} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3}{3} \quad (7)$$

公式(6)分别定义了狼群中 ω 朝向 α 、 β 和 δ 前进的步长和方向，公式(7)中定义了 ω 的最终位置。

2.3 攻击猎物阶段

在GWO算法中，当系数 $|\bar{A}| > 1$ 时，灰狼发散寻找猎物，当 $|\bar{A}| < 1$ 时，收敛攻击猎物。系数 $\bar{C}$ 表示灰狼接近猎物的难易程度， $\bar{C}$ 值越小则越容易接近猎物。当灰狼袭击猎物时，狩猎结束。

3 改进的灰狼优化算法(Improved Grey Wolf Optimization)

3.1 种群初始化

在基本GWO算法中，种群个体位置通过随机方式产生，很可能导致种群多样性缺失，也不能保证其均匀地分布在解空间中。因此，有必要对该算法的种群初始化方式进行改进。本文结合Tent混沌映射函数和反向学习策略初始化GWO算法的种群个体位置。

混沌映射具有遍历性和随机性，若采用混沌映射函数产生混沌序列作为种群个体的初始位置，就能增强初始解遍历的均匀性^[12]。本文采用Tent混沌映射函数初始化种群个体，其数学表达式如公式(8)所示：

$$x_{t+1} = \begin{cases} 2x_t & 0 \leq x_t \leq 0.5 \\ 2(1-x_t) & 0.5 \leq x_t \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

当利用混沌映射产生初始解以后，利用反向学习策略对其进行处理。反向学习策略的数学表达式如公式(9)所示：

$$X_{t+1} = \text{rand}(0,1) \times (\max(X) + \min(X) - X) \quad (9)$$

其中， $\max(X)$ 和 $\min(X)$ 分别表示初始解中的最大值和最小

值。通过对初始解和反向解进行合并,根据其适应度值进行升序(或降序)排列,选取适应度值较优的前 N 个解作为初始种群。

3.2 非线性收敛因子的策略

文献[1]的研究中, $\bar{A}$ 的取值对灰狼算法的全局搜索和局部搜索有很大的影响。由公式(3)可知, $\bar{A}$ 随着收敛因子 $\bar{a}$ 的变化而变化,收敛因子 $\bar{a}$ 随着迭代次数线性地从2递减到0,但是在实际搜索过程中,收敛并不是呈线性变化的。基于此,本文应用了一种基于正弦变化规律的收敛因子,其表达式如公式(10)所示:

$$\bar{a} = \sin\left(\left(\frac{(1 \times \pi)}{t_{\max}}\right) + \frac{\pi}{2}\right) + 1 \quad (10)$$

公式(10)中, $t_{\max}$ 为最大迭代次数。收敛因子 $\bar{a}$ 的变化图如图2所示:

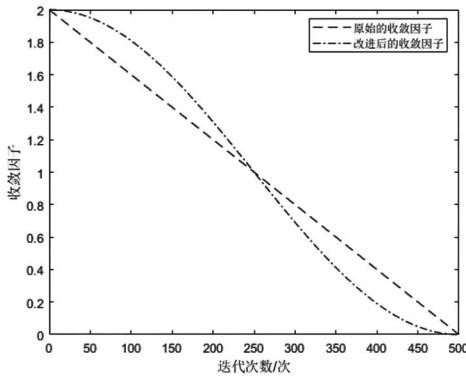


图2 收敛因子变化图

Fig.2 Convergence factor change diagram

由图2可以看出,原始的收敛因子 $\bar{a}$ 是线性递减的,在迭代过程中以相同的速率减小,改进后的收敛因子在迭代初期变化较小,长时间保持较大值,从而使得 $\bar{A}$ 长时间保持较大值,提高了全局搜索效率;收敛因子在迭代后期减小较快,长时间保持最小值,从而使得 $\bar{A}$ 长时间保持较小值,提高了局部搜索进度,进而平衡了全局搜索和局部搜索能力。

3.3 引入动态权重策略

基本的GWO算法通过计算三个最佳灰狼位置的平均值更新灰狼位置,并没有考虑三头狼在狩猎活动中所处的位置以及领导能力。由于GWO算法的 α 狼不一定是全局最优点,这时在不断迭代过程中,随着 ω 狼不断地向三头狼逼近,容易陷入局部最优^[13]。基于此,本文引入了一种基于适应度值的动态比例权重策略^[11],用来提升GWO算法的寻优能力并加快算法的收敛。动态比例权重策略的表达式如下:

$$\begin{cases} W_{\alpha} = \frac{f_{\alpha}}{f_{\alpha} + f_{\beta} + f_{\delta}} \\ W_{\beta} = \frac{f_{\beta}}{f_{\alpha} + f_{\beta} + f_{\delta}} \\ W_{\delta} = \frac{f_{\delta}}{f_{\alpha} + f_{\beta} + f_{\delta}} \end{cases} \quad (11)$$

$$X_{i+1} = \frac{X_1 \times W_{\alpha} + X_2 \times W_{\beta} + X_3 \times W_{\delta}}{W_{\alpha} + W_{\beta} + W_{\delta}} \quad (12)$$

其中, W_{α} 、 W_{β} 、 W_{δ} 分别表示 α 、 β 、 δ 狼所占的权重, f_{α} 、 f_{β} 、 f_{δ} 表示 α 、 β 、 δ 狼的适应度值。采用其适应度值计算三头狼所占的权重,使得 α 狼具有较大的权重, δ 狼具有较小的权重。

4 实验测试(Experimental testing)

4.1 实验环境及参数设置

仿真实验的运行环境为Lenovo 小新 Air 15 IKBR笔记本;处理器型号为Intel Core i5-8250U CPU @ 1.60 GHz;运行内存为8 GB;仿真软件为Matlab R2022a。

为验证改进GWO算法的性能,本文选取8组基准函数进行测试,表1给出了8个函数的详细描述,包括函数表达式、维度、迭代次数、解的取值范围和理论最小值。其中, F_1-F_4 为单峰测试函数,其主要用来测试算法的收敛精度; F_5-F_8 为多峰测试函数,其主要用来测试算法的全局搜索能力。表2给出了具体的对比算法,所有对比算法均设置30个种群个体,算法最大迭代次数为500次。

表1 经典测试集函数

Tab.1 Classic test function set

函数表达式	维度	迭代次数/次	取值范围	理论最小值
$F_1(x) = \sum_{i=1}^{30} \left(\sum_{j=1}^i x_j \right)^2$	30	500	$[-100, 100]$	0
$F_2(x) = \max x_i , 1 \leq i \leq 30$	30	500	$[-100, 100]$	0
$F_3(x) = \sum_{i=1}^{30} [(x_i + 0.5)^2]$	30	500	$[-100, 100]$	0
$F_4(x) = \sum_{i=1}^{29} [100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i - 1)^2]$	30	500	$[-30, 30]$	0
$F_5(x) = -20 \exp(-0.2 \sqrt{\frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i^2}) - \exp(\frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} \cos(2\pi x_i)) + 20 + e$	30	500	$[-32, 32]$	0
$F_6(x) = \sum_{i=1}^{30} [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	30	500	$[-5.12, 5.12]$	0
$F_7(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^{30} x_i^2 - \prod_{i=1}^{30} \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	30	500	$[-600, 600]$	0
$F_8(x) = 0.1 \{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^{29} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + (x_{30} - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_1)] \} + \sum_{i=1}^{30} u(x_i, 5, 100, 4)$	30	500	$[-50, 50]$	0

表2 对比算法

Tab.2 Algorithms for comparison

算法	描述
GWO	标准灰狼算法
CGWO	文献[11]提出的改进的灰狼算法
I-GWO	文献[14]提出的改进的灰狼算法
TGWO	本文提出的改进灰狼算法

4.2 结果分析

本节对原始GWO算法和三种改进的GWO算法(CGWO、I-GWO、TGWO)的实验结果进行对比与分析,实验结果如表3所示。为验证算法的稳定性和公平性,每种方法独立运行10次;表3中的平均值是指10次最优的函数适应度值的平均值;方差是指10次最优的函数适应度值的方差;平均值和方差越小,说明算法的收敛精度和稳定性越好。表3中加粗的数值为四种方法中最优的适应度值。

表3 算法运行结果对比

Tab.3 Comparison of algorithm operation results

函数	GWO		I-GWO		CGWO		TGWO	
	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差
F_1	3.12e-05	2.74e-09	0.000 907	2.67e-06	7.16e-05	1.06e-08	5.12e-06	5.38e-11
F_2	8.76e-07	4.03e-13	1.65e-05	8.16e-11	2.16e-06	3.26e-12	6.48e-07	3.15e-13
F_3	0.669 23	0.135 057	0.016 348	0.002 65	0.615 039	0.193 346	1.26e-06	5.93e-13
F_4	27.608 26	0.306 406	24.391 7	0.455 83	27.034	0.669 557	26.699 51	0.203 126
F_5	1.11e-13	3.00e-28	6.08e-14	1.37e-28	2.20e-13	6.71e-27	9.78e-14	3.20e-28
F_6	5.160 05	24.120 43	24.504 59	44.733 4	1.508 07	5.511 711	1.53e-13	3.23e-26
F_7	0.009 19	7.256 29e-05	0.006 415	6.51e-05	0.001 528	2.33e-05	0	0
F_8	0.745 206	0.073 464	0.198 491	0.027 762	0.751 198	0.093764	0.147 209	0.029 776

从表3中的运算结果可以得到, TGWO相较于其余三种对比算法, 除函数 F_4 和 F_5 的搜索精度稍逊于I-GWO, 其余无论是在搜索精度还是稳定性, 均表现出明显的优势。综上所述, TGWO算法的搜索精度更优, 也表现出良好的算法稳定性。

为了进一步显示TGWO算法所具有的优越性, 6种不同算法对不同函数的收敛曲线如图3所示。基于本文篇幅考虑, 本文列举了6种不同基准测试函数的收敛曲线, 具体为单峰基准测试函数 F_1 、 F_2 和 F_3 , 即图3(a)—图3(c); 多峰基准测试函数 F_6 、 F_7 和 F_8 , 即图3(d)—图3(f)。

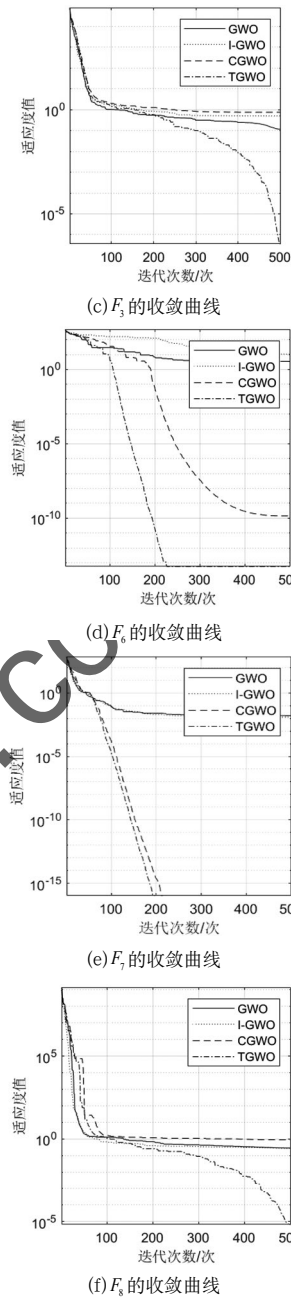
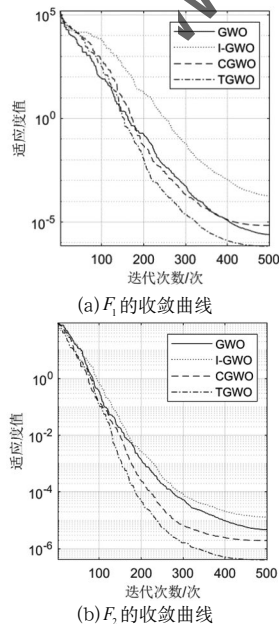


图3 不同算法对于不同基准测试函数的目标函数值曲线

Fig.3 Objective function value curves of different algorithms for different benchmark test functions

从图3中可以看出, 无论是单峰基准测试函数还是多峰基准测试函数, TGWO的收敛精度均在 10^{-5} 以上, 并且相较于GWO、I-GWO和CGWO算法, TGWO具有更高的收敛速度及收敛精度。总的来说, TGWO算法的搜索性能优于另外三种算法。

5 结论(Conclusion)

为进一步提高灰狼优化算法的寻优能力, 本文提出一种改进的灰狼优化算法, 其主要思想是利用Tent混沌映射函数初始化灰狼种群, 使初始种群个体较均匀地分布在解空间中, 同时利用反向学习机制增加了初始种群的多样性; 采用

非线性控制参数平衡了GWO算法的全局搜索能力和局部搜索能力,使解的质量得到提高。通过与原始GWO算法和两种改进的GWO算法在8个基准测试函数上的实验对比,得出本文提出的改进型GWO算法具有良好的收敛精度和全局搜索能力的结论。

参考文献(References)

- [1] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69(3):46–61.
- [2] 张晓凤,王秀英.灰狼优化算法研究综述[J].*计算机科学*,2019,46(3):30–38.
- [3] YU X B, JIANG N J, WANG X M, et al. A hybrid algorithm based on grey wolf optimizer and differential evolution for UAV path planning[J]. *Expert Systems with Applications*, 2023, 215(4):119327.
- [4] 王钦.基于灰狼算法的智能图像分割研究[D].南京:南京邮电大学,2017.
- [5] 孙宁杰,王德林,高原,等.基于改进灰狼优化算法的多机电力系统稳定器参数优化[J].*电工技术*,2019(1):21–25.
- [6] KOMAKI G M, KAYVANFAR V. Grey wolf optimizer algorithm for the two-stage assembly flow shop scheduling problem with release time[J]. *Journal of Computational Science*, 2015, 8(5):109–120.
- [7] LUO Q F, ZHANG S, LI Z, et al. A novel complex-valued encoding grey wolf optimization algorithm[J]. *Algorithms*, 2014, 9(1):1–23.
- [8] MADHIARASAN M, DEEPA S N. Long-term wind speed forecasting using spiking neural network optimized by improved

modified grey wolf optimization algorithm[J]. *International Journal of Advanced Research*, 2016, 4(7):356–368.

- [9] 龙文,伍铁斌.协调探索和开发能力的改进灰狼优化算法[J].*控制与决策*,2017,32(10):1749–1757.
- [10] 徐辰华,李成县,喻昕,等.基于Cat混沌与高斯变异的改进灰狼优化算法[J].*计算机工程与应用*,2017,53(4):1–9,50.
- [11] 王秋萍,王梦娜,王晓峰.改进收敛因子和比例权重的灰狼优化算法[J].*计算机工程与应用*,2019,55(21):60–65,98.
- [12] 王贺琦,王然,刘诗琳,等.基于Tent映射的改进型人工蜂群算法[J].*软件工程*,2022,25(8):15–19.
- [13] 郭振洲,刘然,拱长青,等.基于灰狼算法的改进研究[J].*计算机应用研究*,2017,34(12):3603–3606,3610.
- [14] NADIMI-SHAHRAKI M H, TAGHIAN S, MIRJALILI S. An improved grey wolf optimizer for solving engineering problems[J]. *Expert Systems with Application*, 2021, 166(3):113917.

作者简介:

段冰冰(2002–),女,本科生.研究领域:仿生智能计算,机器学习.

刘津平(2000–),男,本科生.研究领域:仿生智能计算,特征提取.

马云鹏(1989–),男,博士,副教授.研究领域:复杂过程控制,机器学习,仿生智能计算.本文通信作者.

金音(1985–),女,硕士,政工师.研究领域:仿生智能计算,机器学习.

(上接第44页)

参考文献(References)

- [1] LIU X L, HOU S L, QIN Z H, et al. Relation extraction for coal mine safety information using recurrent neural networks with bidirectional minimal gated unit[J]. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2021, 2021(1):1–13.
- [2] 黄玮,商林.基于云平台的智能交通信息采集系统设计——以轨道交通信号实验为例[J].*现代信息科技*,2022,6(17):13–16,20.
- [3] 孙莎莎.基于三维全景技术的智慧矿山信息采集系统设计与应用[J].*世界有色金属*,2021(15):13–14.
- [4] 冯驰,吴丽莎,丁蕾,等.基于LoRa自组网无线传输技术实现用电信息采集系统设计[J].*计算机测量与控制*,2021,29(04):175–179.
- [5] 夏玲玲,戴文,韩旭,等.基于Python的微信公众号信息采

集系统设计与实现[J].*电子制作*,2021(06):58–59,64.

- [6] 林坤林,黄成丽.基于Zigbee的环境温湿度信息采集系统设计[J].*信息与电脑(理论版)*,2020,32(24):76–78.
- [7] 陶彪君,熊忠招,龚元夫,等.基于GIS技术的地名信息采集系统设计[J].*地理空间信息*,2020,18(11):74–76,79.
- [8] 卞咸杰.大数据时代档案信息资源共享平台数据采集系统设计与应用[J].*档案与建设*,2020(10):25–29.
- [9] 郑国权,唐悦,刘宣.基于光纤技术的电能信息采集系统设计[J].*激光杂志*,2020,41(05):173–177.
- [10] ZHAO Z, GUO F C, LAI J C, et al. Accountable authority identity-based broadcast encryption with constant-size private keys and ciphertexts[J]. *Theoretical Computer Science*, 2020, 809:73–87.

作者简介:

刘琴(1976–),女,本科,副教授.研究领域:软件工程.

孙琦龙(1971–),男,硕士,教授.研究领域:人工智能.