文章编号：2096-1472(2022)-11-15-04
DOI:10.19644/j.cnki.issn2096-1472.2022.011.004

改进灰狼算法求解多目标柔性作业车间调度问题

孙新宇

(上海理工大学机械工程学院，上海 200093)
✉807713550@qq.com

摘　要：柔性作业车间调度问题(Flexible Jobshop Scheduling Problem，FJSP)是经典的NP-hard(Non-deterministic Polynomial-time hard)问题，针对该复杂问题，需要建立一个多目标的数学模型，采用灰狼优化算法对柔性作业车间的加工完成时间、总耗能和总机器负荷这三个目标进行优化，以加工完成时间、总耗能和总机器负荷作为研究目标。灰狼优化算法(GWO)是一种具有较高的寻优精度和收敛速度的算法，在此基础上对灰狼优化算法的初始化种群进行改进，为了使灰狼算法适用于多目标问题，与非支配排序遗传算法结合，引入非支配排序与拥挤度的概念，用于灰狼算法对种群的更新。对柔性作业车间调度算例进行测试，结果表明改进的灰狼算法针对多目标柔性作业车间调度可以找到最优解，以较少的迭代次数找到最小加工时间、最小总耗能及最小总机器负荷，对车间调度问题进行了优化。

关键词：柔性作业车间；灰狼算法；多目标问题
中图分类号：TP399　**文献标识码**：A

Improved Grey Wolf Optimisation for Solving Multi-objective Flexible Job-shop Scheduling Problems

SUN Xinyu

(*School of Mechanical Engineering*, *University of Shanghai for Science and Technology*, *Shanghai* 200093, *China*)
✉807713550@qq.com

Abstract: Flexible job-shop scheduling problem (FJSP) is a classical NP-hard problem. For this complex problem, a multi-objective mathematical model is required. This paper proposes to use Grey Wolf optimisation (GWO) algorithm to optimise the three objectives of machining completion time, total energy consumption and total machine load for the flexible job-shop. GWO algorithm is characterised by high optimisation finding accuracy and fast convergence. On this basis, the initialised population of GWO algorithm is improved. In order to make the GWO algorithm applicable to the multi-objective problem, it is combined with the non-dominated sorting genetic algorithm, and the concepts of non-dominated sorting and congestion are introduced for the update of the population by the grey wolf algorithm. The flexible job-shop scheduling algorithm example is tested and the results show that the improved GWO algorithm can find the optimal solution for the multi-objective flexible job-shop scheduling. It finds the minimum processing time, the minimum total energy consumption and the minimum total machine load with fewer iterations, and optimises the shop scheduling problem.

Keywords: flexible job-shop; GWO algorithm; multi-objective problem

www.rjgcz.com

1 引言(Introduction)

柔性作业车间调度的概念是在1990 年BRUCKER和SCHLIE提出的[1]，其作为经典作业车间调度问题的进一步扩展，属于一个典型的NP-hard问题，存在求解优化的困难。不同于作业车间调度，柔性作业车间调度可以使每个作业在不同的机器上进行加工，也可以在机械设备出现故障时处理问题，并满足不同加工需求的变化，更有利于提高生产效率，贴近现实具体的生产环境。按照求解目标，柔性作业车间调度问题可分为单目标和多目标，单目标一般的优化目标为最大完工时间、机器空闲时间、总流动时间等，目前研究

最多的是最大完工时间。多目标是将多个目标同时考虑，选择最优情况，更符合现实生产要求。

灰狼优化算法(Grey Wolf Optimizer, GWO)是MIRJALILI等[2]在2014 年观察模仿狼群生活和狩猎方式提出来的一种基于群体的优化搜索算法。该算法的搜索原理简单、鲁棒性较好、收敛性能较强、求解速度较快和参数较少。通过近些年的研究，其已经很好地应用在车间调度问题的求解、图像分类、参数优化等领域。

灰狼算法较多用于解决连续函数方面的问题，对于柔性作业车间问题，特别是本文对多目标的优化方面的应用还是较少。因此本文通过优化初始种群，在此基础上，与非支配排序算法结合，引入非支配排序与拥挤度，提出了一种解决多目标优化问题的思路，并通过调度算例进行有效验证[3−4]。

2 问题描述(Problem description)

对柔性作业车间问题的描述如下：假设一个柔性作业车间有 m 台加工机器和 n 个工件，不同机器会加工多种工件，每个工件的工序数量也不一定相同，每个工序的加工需要按照一定的先后顺序进行，并且加工的时间也会各不相同。按照某些优化目标，为每道工序分配合适的加工机器，并且每台机器按照分配的任务进行顺序加工，从而实现最优化的目标安排。

对于柔性作业车间，还存在下面的假设条件：

(1)一台机器某一时刻只能加工处理一个工件；

(2)所有工件在开始的零时刻都可以被加工；

(3)同种工件的工序一定要按照次序加工，不同工件的工序之间相互独立；

(4)各个工件之间不存在加工的优先级的差别；

(5)任意工序只要开始加工，就不能中断；

(6)同一工件的同一道工序在同一时刻被加工的机器数是一。

3 模型建立(Model building)

把车间的最大完成加工时间、机器总耗能及总机器负荷作为优化目标，建立柔性车间的多目标模型。

(1)最大加工完成时间最小化

加工完成时间是每个工件的最后一道工序完成的时间，当最后一个工件的最后一步工序结束时，加工零件所用时间最长的就是最大完工时间。在调度排产中，完工时间可以体现一个车间生产效率的高低，表示为

$$\min C_{\max} = \max_{1\leqslant j\leqslant n}(C_j) \tag{1}$$

式中，$C_{\max}$ 表示最大完成加工时间；j 表示工件序号；n 表示工件总数；C_j 表示每个工件的完成加工时间。

(2)机器总耗能最小化

总耗能是空载能耗与负载能耗之和，零时刻机器开工，能耗计算公式表示为

$$\min E = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}\sum_{l=1}^{d_i} E_{il}\,p_{jil}\,x_{jil} + \sum_{i=1}^{m} SE_i(MC_i - W_i) \tag{2}$$

式中，i 表示机器序号；m表示机器总数；l 表示速度挡位序号；d_i 表示机器 i 的速度挡位；E_{il} 表示单位时间内机器 i 加工时的加工能耗；p_{jil} 表示工件 j 以速度挡位 l 在机器 i 上的实际加工时间；x_{jil} 表示0或1变量，若工件 j 在机器 i 以速度挡 l 进行加工则为1，否则为0；SE_i 表示机器 i 单位时间内的平均空载能耗；MC_i 表示机器 i 的完成加工时间；W_i 表示机器 i 的总负载。

(3)总机器负荷最小化

在不同的调度安排下，机器的总负荷也会不同，所以在不同机器上同种工序花费的时间也不同，因此最小化机器的总耗能显得很有必要，前提是最大完工时间最好一致，表示为

$$\min F = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{h=1}^{h_j} p_{ijh}x_{ijh} \tag{3}$$

式中，h_j 表示第 j 个工件的工序总数；p_{ijh} 表示第 j 个工件的第 h 道工序在机器 i 上的加工时间；x_{ijh} 为0或1变量，如果第 j 个工件的第 h 道工序在机器 i 上加工则值为1，否则为0。

(4)上述假设条件的约束模型

$$s_{jh} + x_{ijh} \times p_{ijh} \leqslant c_{jh} \quad i = 1,2,3,\cdots,m;\ j = 1,2,3,\cdots,n;\ h = 1,2,3,\cdots,h_j \tag{4}$$

$$c_{jh} \leqslant s_{j(h+1)} \quad j = 1,2,3,\cdots,n;\ h = 1,2,3,\cdots,h_j - 1 \tag{5}$$

$$c_{jh_j} \leqslant C_{\max} \quad j = 1,2,3,\cdots,n \tag{6}$$

$$s_{jh} + p_{ijh} \leqslant s_{kg} + L(1 - y_{ijhkg}) \quad j = 1,2,\cdots,n;\ k = 1,2,3,\cdots,n;\ h = 1,2,3,\cdots,h_j;\ g = 1,2,3,\cdots,h_k;\ i = 1,2,3,\cdots,m \tag{7}$$

$$c_{jh} \leqslant s_{j(h+1)} + L(1 - y_{ikgj(h+1)}) \quad j = 1,2,3,\cdots,n;\ k = 1,2,\cdots,n;\ h = 1,2,3,\cdots,h_j - 1;\ g = 1,2,3,\cdots,h_k;\ i = 1,2,3,\cdots,m \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{m_{jh}} x_{ijh} = 1 \quad h = 1,2,3,\cdots,h_j;\ j = 1,2,3,\cdots,n \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{h=1}^{h_j} y_{ijhkg} = x_{ikg} \quad i = 1,2,3,\cdots,m;\ k = 1,2,\cdots,n;\ g = 1,2,3,\cdots,h_k \tag{10}$$

$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{g=1}^{h_k} y_{ijhkg} = x_{ijh} \quad i = 1,2,3,\cdots,m;\ j = 1,2,3,\cdots,n;\ h = 1,2,3,\cdots,h_k \tag{11}$$

$$s_{jh} \geqslant 0, c_{jh} \geqslant 0 \quad j = 1,2,\cdots,n;\ h = 1,2,3,\cdots,h_j \tag{12}$$

式中，s_{jh} 为第 j 个工件的第 h 道工序加工开始的时间；c_{jh} 为第 j 个工件的第 h 道工序加工完成的时间；g 代表工序序号；k 表示不同于 j 的工件序号；y_{ijhkg} 为0或1变量，如果第 i 台机器上第 j 个工件的第 h 道工序先于该台机器上第 k 个工件的第

www.rjgczz.com

g 道工序加工则为1，否则为0[4]。

式(4)和式(5)表示工序加工时按照工件规定的次序；式(6)表示总的完工时间一定大于每个工件的完成加工时间；式(7)和式(8)表示一台机器某一时刻只能加工处理一个工件的工序；式(9)表示工件的工序在任意时刻有且仅有一台机器可以加工处理它；式(10)和式(11)表示车间中的任何一台机器的操作是可重复的；式(12)表示各个变量不可小于零。

4 改进的灰狼算法(Improved GWO algorithm)

4.1 基本的灰狼算法

灰狼算法作为一种群启发式算法，通过观察大自然中狼群的社会层级制度和包围狩猎的行为而提出的[2]。灰狼算法通常分为四步找出猎物(最优解)，分别是社会等级分层、猎物跟踪、猎物包围和最后的猎物狩取阶段。狼群的社会分层有四层，分别为α、β、δ和ω，其中α狼是狼群中绝对的领导者，等级最高，决策整个捕食行动；处于第二层的β狼是α狼的最佳代替者，辅助α狼进行决策和服从α狼；第三层的δ狼服从α狼和β狼，在狼群中的作用是侦察或担任哨兵的角色，也是其余狼群的领导者；最后一层的ω狼是狼群中最低的阶层，数量也最多，并且服从前三者。在算法的迭代过程中，也就是猎物跟踪和狩猎过程都是由种群中适应度最高的α、β和δ三只狼引导完成的，由它们寻找猎物的位置，并引导ω完成狩猎。

灰狼算法的数学模型由两部分组成：包围猎物的部分和猎杀猎物的部分。包围猎物的数学公式如下[5−6]：

$$X(t+1)=X_p(t)-A\cdot D \tag{13}$$

$$D=\left|C\cdot X_p(t)-X(t)\right| \tag{14}$$

$$A=2\alpha r_1-\alpha \tag{15}$$

$$C=2r_2 \tag{16}$$

式中，t为当前的迭代次数；A和C代表协同系数向量；D代表的是当前个体与猎物之间的距离大小；X_p表示的是猎物的位置向量；$X(t)$代表当前灰狼所处的位置向量；α是收敛因子，在整个迭代过程中，从初始值2到0，且一直以线性关系减小；r_1和r_2是随机向量，在0到1中选择。

对猎物进行包围后，就由灰狼领导者引导灰狼向猎物也就是最优解靠近。但很多问题的解的具体位置是未知的，那么狼群就无法有目标地包围猎物，为了解决这一问题，默认前三层的狼具有较强识别潜在猎物位置的能力。因此每次迭代过程中，会将当前种群中前三层的狼保留(α、β、δ)，其他ω灰狼个体位置的移动就依靠前三层的狼的指挥，从而迭代更新。

猎杀猎物的数学模型如下[5−6]：

$$D_\alpha=\left|C_1\cdot X_\alpha(t)-X(t)\right| \tag{17}$$

$$D_\beta=\left|C_2\cdot X_\beta(t)-X(t)\right| \tag{18}$$

$$D_\delta=\left|C_3\cdot X_\delta(t)-X(t)\right| \tag{19}$$

$$X_1=X_\alpha(t)-A_1\cdot D_\alpha \tag{20}$$

$$X_2=X_\beta(t)-A_2\cdot D_\beta \tag{21}$$

$$X_3=X_\delta(t)-A_3\cdot D_\delta \tag{22}$$

$$X(t+1)=\frac{X_1+X_2+X_3}{3} \tag{23}$$

式中，D_α、D_β和D_δ代表当前个体灰狼与最优的三只灰狼(α、β、δ)的距离；X表示灰狼的位置向量；X_α、X_β、X_δ表示当前种群中领导地位的三只狼的位置向量。

另外为了全局和局部搜索以及避免陷入局部最优，引入了参数A和C，当$|A|>1$时，灰狼个体之间会比较分散，在各个区域搜索猎物，进行全局搜索；当$|A|<1$时，灰狼个体集中于某个区域搜索猎物，进行局部搜索。参数C是随机产生的，可以避免陷入局部最优。

4.2 初始化种群的改进

对于群智能优化算法来说，好的初始化种群可以加快全局收敛的速度，以及寻找更精确的解，所以改进算法的初始种群，提高寻优能力就显得很有必要。在标准灰狼算法中，种群的多样性无法保证，因为其采用随机初始化的方法来初始种群。

本文采用了LUO等[7]提出的复数值编码的方法，初始化种群，并与工序结合，较好地提高了全局优化的策略，寻找工序中最优的分配，减少最大完工时间和机器耗能等。该方法为了提高种群的多样性，引入了复数，因为复数包含实部和虚部，可以单独分别更新，从而包含了更多的信息，进而增强了种群的多样性。

4.3 非支配排序及拥挤度

为了解决柔性作业车间的多目标问题，标准的灰狼算法对于单目标问题，个体的优劣比较容易判断，但当涉及多目标问题时，就很难寻找目标。引入非支配排序遗传算法中的非支配排序和拥挤度的概念[8]，将每个个体按照它们的支配与非支配关系进行分层，再根据拥挤度，选出同级别中的优解，保持了种群的多样性，从而达到求解多目标问题的目标。

4.3.1 非支配排序方法

(1)在种群中寻找单独的个体i，这类个体不受上一级个体的控制影响,把它们放入集合F中。

(2)对上述集合F中的每个个体j，找出受它影响控制的下一级个体集合S，那么因为找出了一类上一级个体，集合S

www.rjgcz.com

中个体的受上一级影响数量需要减去一类。

(3)当该个体受上一级影响的数量减去1后值为0时，存入另一个集合H中。那么集合F中的个体都是非支配的，第一次分级找出的这些个体也被叫作第一级非支配个体。然后重复上面的操作，由集合H开始分级，不断进行下去，那么所有的个体都可以分级完成。

4.3.2 拥挤度的计算

密度估计：对同一个前沿面的解集合按各个目标分量大小排序，计算每个解在该分量下的两侧点的距离差值，而后进行累加各个分量上的距离作为拥挤系数。

4.4 算法流程

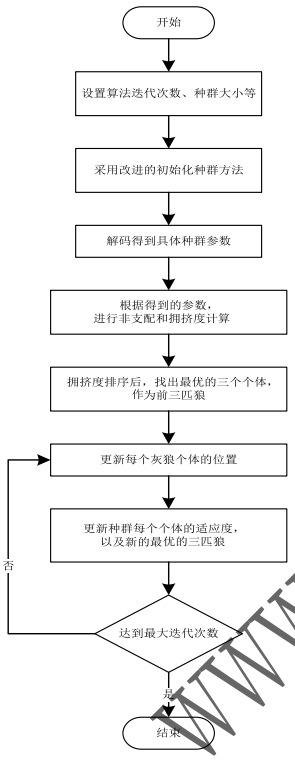

图1 算法步骤流程图

Fig.1 Flow chart of algorithm steps

步骤1：设置算法参数、种群大小及迭代次数。

步骤2：采用上文所述的复数值编码的方法初始化种群。

步骤3：解码得到加工时间、耗能和机器负荷，进行非支配排序和拥挤度计算。

步骤4：对拥挤度排序后，找出决策层的α、β和δ狼。

步骤5：更新每个灰狼个体的位置。

步骤6：计算更新后群体个体的适应度，再找出最优的三条狼。

步骤7：判断迭代次数是否满足，是则转到步骤8，否则转到步骤5。

步骤8：算法结束，输入结果。

5 实例结果与分析(Example results and analysis)

为了验证上述模型和算法在解决FJSP问题方面的有效性，本文采用了Brandimarte中的基准算例MK10，算例中的工件数为20，机器数量为10。

以最小完工时间、最小机器负荷及最小机器耗能为目标，在柔性作业车间中，通过改进的灰狼算法进行甘特图的排产安排，其中灰狼优化算法的种群大小设置为100，最大迭代次数为100。最终优化的三个目标结果图如图2、图3和图4所示；甘特图排产的结果如图5所示。

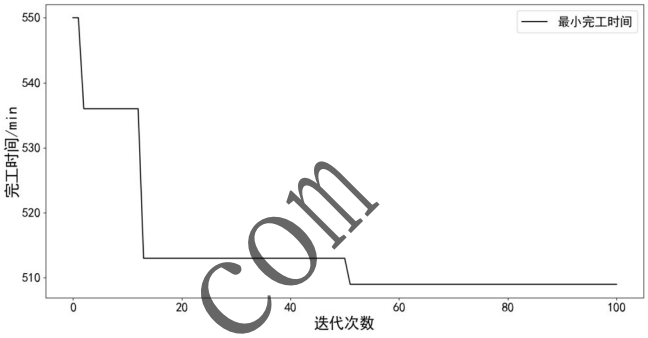

图2 最小完工时间趋势曲线

Fig.2 Trend curve of the minimum completion time

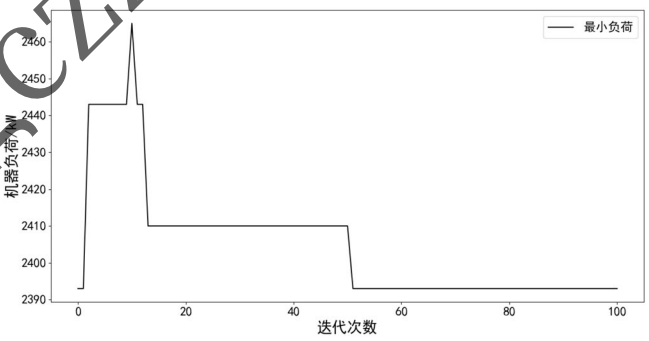

图3 最小机器负荷趋势曲线

Fig.3 Trend curve of the smallest machine load

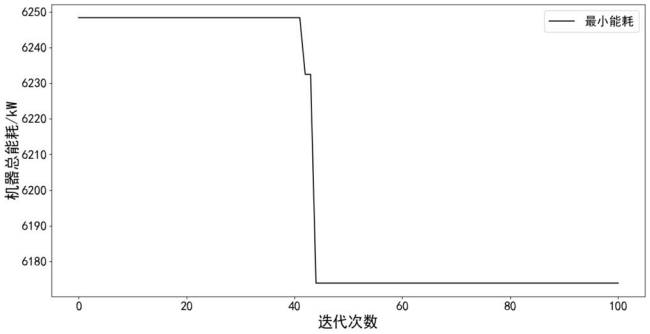

图4 最小机器耗能趋势曲线

Fig.4 Trend curve of the minimum machine energy consumption

根据运行结果，从图2—图4中可以看出收敛的所有零件完成加工的最小时间在510分钟左右，最小机器负荷为2,395 kW，最小机械总能耗为6,175 kW。可以看到改进后的灰狼算法

(下转第14页)

www.rjgczz.com