文章编号: 2096-1472(2022)-06-49-05

直线共轭少齿差行星齿轮传动仿真及实验研究

崔建昆¹,高先润²



摘 要:为了研究直线共轭齿廓在少齿差行星齿轮传动领域的性能特点,展开推导了直线共轭少齿差行星齿轮传动的数学模型,对其动态啮合力及振动特性进行仿真分析并进行了振动测试实验验证。结果表明,减速器性能表现良好,几种典型工况下啮合力最大误差值为7.01%,分析固定内齿轮第310,580节点的振动加速度值在齿轮副进入啮合瞬间达到峰值。结论验证了减速器的振动加速度与输入转速、负载转矩呈正相关性,为直线共轭齿廓在少齿差行星齿轮传动领域的后续应用发展提供了理论基础与实例支撑。

关键词: 直线共轭; 少齿差行星齿轮; 动态仿真; 振动测试 中图分类号: TP215 文献标识码: A



Simulation and Experimental Research on Linear Conjugate Planetary Gear Transmission with Small Tooth Difference

CUI Jiankun¹, GAO Xianrun²

Abstract: In order to study the performance characteristics of linear conjugate tooth profile in the field of planetary gear transmission with small tooth difference, this paper proposes to deduce a mathematical model of linear conjugate planetary gear transmission with small tooth difference. Its dynamic meshing force and vibration characteristics are simulated and analyzed, and the vibration test is conducted for verification. The results show that the reducer performs well, and the maximum error value of the meshing force under several typical working conditions is 7.01%. The vibration acceleration value of the 310,580th node of the fixed internal gear reaches the peak when the gear pair enters the meshing moment. The conclusion verifies that the vibration acceleration of the reducer is positively correlated with input speed and load torque. It provides theoretical basis and practical support for the subsequent application and development of linear conjugate tooth profile in the field of planetary gear transmission with small tooth difference.

Keywords: linear conjugate; planetary gear with small tooth difference; dynamic simulation; vibration test

1 引言(Introduction)

本文对直线共轭齿廓展开研究,将直线共轭齿廓的优点 应用到齿轮减速器领域,提高减速器的工作性能,为其在减 速器上的发展应用提供理论基础和技术支撑。

早期对于少齿差行星齿轮减速器的研究重点主要是在传动精度、载荷分配、变位系数选取等^[1-2]方面,旨在解决少齿差行星减速器设计制造问题。截至目前,少齿差行星减速器的振动特性成为研究重点。杨江兵等通过渐开线五齿差行星齿轮减速器模型动态接触仿真分析得出其在额定载荷下的时变啮合刚度曲线^[3]。杨国来等利用啮合角函数推导齿廓曲线

方程简化共轭齿廓理论计算,并且推导了该型内啮合齿轮泵 的困油特性方程^[4]。SONG等利用齿轮啮合理论推导了齿条铣 刀和直线共轭内齿轮的数学模型,获得了避免过度切削的条 件,并且进行直线共轭内啮合齿轮泵和传统渐开线齿轮泵的 流量特性分析计算^[5]。郑红梅等通过少齿差行星齿轮减速器动 力学仿真研究揭示了齿轮内啮合过程中啮合力的动态变化规 律^[6-7]。张丽华等基于内啮合齿轮泵对直线共轭内啮合齿轮副 进行较为全面的啮合特性分析,主要包括齿形求解、重合度 计算、径向干涉、过渡曲线干涉,以及内啮合齿轮泵的流量 脉动分析计算^[8-9]。黄超系统地分析了少齿差行星减速器系统 非线性振动特性以及啮合刚度、变形等参数对非线性振动特性的影响^[10]。BU等在行星齿轮传动方面的动力学研究成果显著,特别是在模态特性、振动模式方面^[11-12]。

截至目前,直线共轭齿廓在齿轮泵上的应用广泛,但对 其在行星齿轮上的应用研究甚少,所以进行直线共轭内啮合 的少齿差行星齿轮传动的啮合分析和实验研究具有理论指导 意义和工程使用价值。

2 数学模型(Mathematical model)

2.1 外齿轮齿廓

根据直线齿廓齿轮的参数建立外齿轮坐标系 $S_1: O_1 - x_1 y_1$, 如图1所示。



图1 直线齿廓齿轮的齿形图

Fig.1 Tooth profile diagram of a linear profile gear 外齿轮齿廓各部分的数学模型描述为:

$$\mathbf{R}_{1}^{oa} = \begin{bmatrix} x_{1}^{oa} \\ y_{1}^{oa} \\ z_{1}^{oa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1} \\ \sqrt{r_{a1}^{2} - x_{1}^{2}} \\ 1 \end{bmatrix} \quad 0 \leq x_{1} \leq x_{a} \quad (1)$$
$$\mathbf{R}_{1}^{ab} = \begin{bmatrix} x_{1}^{ab} \\ y_{1}^{ab} \\ z_{1}^{ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1} \\ kx_{1} + b \\ 1 \end{bmatrix} \quad x_{a} \leq x_{1} \leq x_{b} \quad (2)$$
$$\mathbf{R}_{1}^{bc} = \begin{bmatrix} x_{1}^{bc} \\ y_{1}^{bc} \\ z_{1}^{bc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1} \\ \sqrt{r_{a1}^{2} - x_{1}^{2}} \\ 1 \end{bmatrix} \quad x_{a} \leq x_{1} \leq x_{c} \quad (3)$$

其中, b是直线齿廓ab的截距, k 是ab的斜率, x_a 、 x_b 、 x_c 分别为点a、b、c的横坐标值,其值为:

$$b = r_1 \cos\frac{\theta}{2} + r_1 \sin\frac{\theta}{2} \cot\beta$$
(4)

$$k = -\cot\beta \tag{5}$$

$$\begin{cases} x_{a} = \frac{-kb - \sqrt{(1+k^{2})r_{a1}^{2} - b^{2}}}{1+k^{2}} \\ x_{b} = \frac{-kb - \sqrt{(1+k^{2})r_{d1}^{2} - b^{2}}}{1+k^{2}} \\ x_{c} = r_{d1}\sin\theta_{t} \end{cases}$$
(6)

因此,外齿轮齿廓的数学模型可表示为:

$$\mathbf{R}_{1}^{p}\left(x_{1}, s, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{Z}_{1}\right) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{1}^{oa} & \boldsymbol{R}_{1}^{ab} & \boldsymbol{R}_{1}^{bc} \end{bmatrix}$$
(7)

根据齿轮啮合原理,内齿轮齿廓的数学模型可描述为:

$$\mathbf{R}_{2}^{i}(\varphi_{1},\varphi_{2},x_{1},s,\beta,Z_{1}) = \mathbf{M}_{21}(\varphi_{1},\varphi_{2})\mathbf{R}_{1}^{p}(x_{1},s,\beta,Z_{1})$$
(8)

其中, $\mathbf{R}_{2}^{i}(\varphi_{1},\varphi_{2},x_{1},s,\beta,Z_{1})$ 是外齿轮在啮合过程中形成的包络 曲线族, $\mathbf{M}_{21}(\varphi_{1},\varphi_{2})$ 是坐标系 S_{1} 变换到 S_{2} 的坐标变换矩阵, 表达式如下:

$$\mathbf{M}_{21}(\varphi_1,\varphi_2) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & -\sin(\varphi_1 - \varphi_2) & (r_2 - r_1)\sin\varphi_2\\ \sin(\varphi_1 - \varphi_2) & \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & (r_2 - r_1)\cos\varphi_2\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(9)

同样,考虑到包络曲线族存在的必要条件需要满足:

$$\mathbf{N}_{1}^{p} \cdot \mathbf{v}_{1}^{p} = 0$$

$$\mathbf{v}_{1}^{pi} = \mathbf{v}_{1}^{p} - \mathbf{v}_{1}^{i} = \mathbf{v}_{1}^{p} - (\boldsymbol{\omega}_{1}^{i} \times \mathbf{R}_{1}^{p} + \mathbf{E}_{1} \times \boldsymbol{\omega}_{1}^{i})$$
(10)

其中, $\mathbf{v}_1^{\rho_i}$ 是内、外齿轮在坐标系 S_1 中的相对速度, \mathbf{v}_1^i 是内齿轮的速度矢量, $\mathbf{\omega}_1^i$ 是内齿轮的角速度矢量, $\mathbf{E}_1 \in O_1$ 到 O_2 的位置矢量, 三者关系如下:

$$r_{\rm I} \boldsymbol{\omega}_{\rm I}^p = r_2 \boldsymbol{\omega}_{\rm I}^i \tag{11}$$

$$\mathbf{E}_{1} = \mathbf{M}_{1g}(\varphi_{1})\mathbf{E}_{g}$$
(12)

其中, $\mathbf{M}_{l_g}(\varphi_l)$ 是坐标系 S_l 到 S_g 的变换矩阵, E_g 是坐标系 S_g 中 O_l 到 O_2 的位置矢量,表达式分别为:

$$\mathbf{M}_{l_g}(\varphi_1) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0\\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(13)

◆
$$\mathbf{E}_{g} = \overrightarrow{O_{1}O_{2}} = (r_{1} - r_{2})\mathbf{j}_{g}$$
 (14)
程(10)和方程(14)计算得到:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{1}^{i} - \frac{(r_{2} - r_{1})\omega_{1}}{r_{2}} \times \left[(r_{1}\cos\varphi_{1} - y_{1})\mathbf{i}_{1} + (x_{1} - r_{1}\sin\varphi_{1})\mathbf{j}_{1} \right] \\ g(\varphi_{1}, x_{1}) = \frac{dy_{1}}{dr} (r_{1}\cos\varphi_{1} - y_{1}) - \frac{dx_{1}}{dr} (x_{1} - r_{1}\sin\varphi_{1}) = 0 \end{aligned}$$
(15)

b $\begin{bmatrix} g(y_1, x_1) & g_1 \\ g(y_1, x_1) & g_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{dy_1} \frac{1}$

$$\varphi_{1} = \begin{cases} \arctan \frac{x_{1}^{oa}}{y_{1}^{oa}} \\ \arcsin \frac{ky_{1}^{ab} + x_{1}^{ab}}{r_{1}\sqrt{1 + k^{2}}} - \arctan k \\ \arctan \frac{x_{1}^{bc}}{v_{1}^{bc}} \end{cases}$$
(16)

将方程依次代入即可获得内齿轮齿廓数学模型。

3 仿真分析(Simulation analysis)

3.1 啮合力动态仿真分析

当负载转矩为80 N·m时,输入转速为600 r/min、 1,400 r/min、2,200 r/min,分别设置为工况一、工况二、 工况三;当输入转速为1,400 r/min时,负载转矩为40 N·m、 80 N·m、120 N·m,分别设置为工况四、工况二、工况五。 仿真时间为1 s,仿真步长为2.5×10⁻³ s。

(1)不同输入转速对行星齿轮减速器动态啮合力仿真的影响如图2所示,在同工况下,啮合力动态仿真值在1,214.07 N上下波动,理论计算值为1,303.69 N,误差为6.87%,在合理范围内。减速器在动态运转时产生偏心力与不平衡惯性力造成啮合力存在上下波动,齿轮的时变啮合刚度及轮齿变形也会对啮合力波动造成影响,当负载转矩不变时,转速和啮合力波动呈正相关。





Fig.2 Simulation of dynamic meshing force of gears with different speeds

(2)不同负载转矩对行星齿轮减速器动态啮合力仿真的影响结合图3及图2(b),随着负载转矩增加,啮合力动态仿真结果的均方根RMS值为606.18 N、1,214.07 N
1,849.17 N,理论计算值为651.85 N、1,303.69 N、1,951.64 N,啮合力仿真值与理论计算值误差分别为7.01%
6.87%、5.41%,误差均在合理范围内。





由于偏心力、不平衡惯性力、时变啮合刚度及轮齿变形的存在,会导致存在上下波动。当转速保持为1,400 r/min时,随着负载转矩的增大,啮合力值也相应增大,但波动幅度有所减小。因为行星齿轮的啮合力是动态波动的,所以会对齿轮疲劳寿命有一定的影响。

表1 典型工况下动态啮合力仿真结果								
Tab.1	Simulation results of dynamic meshing force under							
	typical working conditions							

typical working conditions								
	典型工况	最大值/N	RMS/N					
6	500 r∕min, 80 N·m	1,453.54	1,219.86					
1,	400 r/min, 80 N·m	1,492.75	1,214.07					
2,	,200 r/min, 80 N·m	1,628.77	1,208.66					
1,	.400 r/min, 40 N·m	912.66	606.18					
1,	400 r∕min, 120 N·m	2,139.88	1,849.17					

3.2 振动特性仿真分析

如图4所示,列举工况为输入转速1,400 r/min、负载转 矩80 N·m的选定节点在X、Y、Z三向的振动加速度作为研究 主体。固定内齿轮上的310,580 节点的最大振动加速度在Y方 向最小,在Z方向达到峰值,但两个方向上振动规律较为一 致,振动加速度出现较大峰值是由于内、外齿轮瞬间进入啮 合冲击碰撞造成的。在此工况下,由于内、外齿轮的齿数差 为2,靠近孔环的外齿轮0.1 s内旋转过4.67 个齿,从而引起图 4(d)中的五次波峰,由于振动加速度研究节点与每次啮合撞击 的距离不同,导致峰值不完全一致。





结合图4(d)及图5,当负载转矩保持为80 N·m时,分别输 入转速600 r/min、1,400 r/min、2,200 r/min,随着转速的 增加,齿轮副在0.1 s的时间内啮合的次数增加,且有偏心距 的存在,所以引起振动加速度增大,行星齿轮减速器的振动 也越强烈。



(b)工况三下的振动加速度

图5 不同转速下的振动加速度

Fig.5 Vibration acceleration at other speeds 结合图4(d)及图6,当输入转速保持为1,400 r/min时,负 载转矩分别为40 N·m、80 N·m、120 N·m,同样图中出现五 个波峰,节点振动加速度规律基本一致,但最大振动加速度 略有增加。



Fig.6 Vibration acceleration at other load torque

4 实验研究(Experimental research)

4.1 实验方案设计

选定直线共轭少齿差行星齿轮减速器固定内齿轮外表 面为测试对象,如图7所示。该振动测试实验采用DH5922动 态信号测试分析系统,内置多功能适调器,无须外挂调理模 块,可完成应力应变、电压及IEPE等信号的测试,连续采样 速率最高为256 kHz/通道。该系统采用IEPE压电式加速度传 感器,型号为DH187,轴向灵敏度为4.96 mV/m·s⁻²,量程 为1,000 m·s⁻²。



Fig.7 Dynamic signal tester and sensor

在给定工况下,直线共轭少齿差行星齿轮减速器在齿轮进入啮合瞬间会产生振动冲击,导致轮齿有一定量的微小 弹性变形。这种弹性变形被基于压电效应的压电式加速度传 感器检测到时,压电晶体内部会产生极化现象,晶体表面 产生正负电荷,将弹性变形转换成电信号传递到动态信号测 试机,经过测试机中电荷放大器放大处理后可在东华测试 DH5922软件中实时记录及分析。

4.2 实验结果与分析

在东华测试DH5922动态信号测试分析系统软件中对采样 信号进行分析处理。图8为上述典型工况下减速器振动加速度 时域响应实验结果。当负载转矩为80 N·m时,输入转速分别 为600 r/min、1,400 r/min、2,200 r/min,所对应的振动 加速度均方限RMS值是0.269 m/s²、0.818 m/s²、1.537 m/s², 振动加速度值增大,减速器振动强度增加;当输入转速 为1,400 r/min时,负载转矩分别为40 N·m、80 N·m、 120 N·m,所对应的振动加速度均方根RMS值是0.701 m/s²、 0.818 m/s²、0.929 m/s²,振动加速度值略有增大。



under typical working conditions

表2为直线共轭少齿差行星齿轮减速器振动加速度仿真值

的均方根值与实验值的均方根值,上述几种典型工况的RMS 值误差均在10%以内。可以得出结论:振动加速度测试实验结 果与仿真结果较为吻合,实验结果验证了该行星齿轮减速器 的振动特性仿真的可靠性。

表2 振动加速度仿真与实验的RMS值

Tab.2 RMS value of vibration acceleration simulation and test

工况	600 r∕min, 80 N•m	1,400 r∕min, 80 N・m	2,200 r/min, 80 N⋅m	1,400 r∕min, 40 N・m	1,400 r/min, 120 N・m
仿真RMS值 /(m/s²)	0.296	0.879	1.693	0.742	0.977
实验RMS值 /(m/s²)	0.269	0.818	1.537	0.701	0.929
相对误差/%	9.12	6.94	9.21	5.53	6.96

时域信号可直观显示出振动加速度随时间变化的趋势, 以及在不同工况下的强度情况,但实际测试中振动信号存在 畸变和调制状况,所以为了更有效地研究该减速器的振动特 性,有必要进行信号的频域分析。对振动加速度时域信号进 行快速傅里叶变换,得到自变量为频率、因变量为频率幅值 的频谱函数,代表时域信号中各谐波成分的幅值随频率的线 性分布。

图9为典型工况下减速器振动加速度频域分析结果。频 谱图中存在的主要频率成分为:输入轴转频、齿轮副啮合频 率及其高次谐波频率,安装同轴度误差带来的振动频率、 种畸变与调制的频率。频谱图中出现较大的振动加速度幅值 响应,是因为输入轴偏心结构造成的偏心惯性运动对轴承滚 珠存在冲击以及齿轮副的啮合冲击。如图9(a)所示,输入 速为600 r/min时,频谱图中峰值频率为765.25 Hz, 且在 峰值点左右两侧60 Hz处存在小峰值,如图9(c)、图9(d)、图 9(e)所示,输入转速为1,400 r/min时,峰值频率相近,均值 为1,718.63 Hz, 且在峰值点左右两侧80 Hz处存在小峰值; 如图9(b)所示,输入转速为2,200 r/min时,频谱图中峰值 频率为2,698.63 Hz,同样在峰值点左右两侧80 Hz处存在小 峰值。综上分析可知,振动加速度信号频率分布与输入转速 存在正相关,且随着工况转速的增加,理论啮合频率分别为 720 Hz、1,680 Hz、2,640 Hz,啮合频率理论与实验值误差 分别为6.28%、2.26%、2.19%,在合理范围内,理论啮合频 率值与实验值较为吻合,且与模态分析中的各阶固有频率无 重合部分,无共振现象产生。





图9 典型工况的振动加速度频域分析



5 结论(Conclusion)

本文推导了直线共轭少齿差行星齿轮减速器内啮合齿轮 副的数学模型,并对减速器进行动态啮合力及振动特性仿真 分析与实验研究。

分析可知,直线共轭少齿差行星齿轮减速器的振动情况 受输入转速和负载转矩的影响,减速器的振动加速度与输入 转速、负载转矩呈现正相关性。针对减速器典型工况下的振 动加速度,其实验结果与仿真结果的均方根值的最大相对误 差为9.21%,减速器振动加速度仿真结果与实验测试结果基本 吻合。实验结果验证了仿真结果的正确合理性,有利于进一 步进行结构噪声分析和优化设计,为直线共轭齿廓在行星齿 轮上的应用推广提供重要借鉴意义。

参考文献(References)

- 赵韩,吴其林,黄康,等.国内齿轮研究现状及问题研究[]].机械 工程学报,2013,49(19):11-20.
- [2] 刘文吉,宋朝省,洪英,等.NN型少齿差行星齿轮传动啮合冲 击分析及修形设计[J].中国机械工程,2012,23(04):425-429.
- [3] 杨江兵,王家序.渐开线少齿差行星齿轮减速器动态接触仿真 分析[[].机械设计与研究,2012,28(05):45-49.
- [4] 杨国来,白桂香.基于啮合角函数的直线共轭内啮合齿轮泵齿 廓方程[].液压与气动,2012(07):39-41.
- [5] SONG W, ZHOU H. Design of the conjugated straight-line internal gear pairs for fluid power gear machines[J]. Proceedings of Institution of Mechanical Engineers Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227(8):1776–1790.
- [6] 郑红梅,付彬,史越,等.N型少齿差行星减速器动力学仿真研究[J].机械传动,2013,37(11):89-93.

(上接第62页)

5T设备标准化智能设计系统的关键流程如图8所示。



图8软件使用流程

Fig.8 Software usage process

7 结论(Conclusion)

铁路货车5T设备标准化智能设计系统通过智能化设计方 法取代传统的人工设计,为设计人员提供了可视化、高效的 辅助平台,在解放工程师双手的同时,保证了各设计阶段设 计资料、设计过程、设计成果的标准化和智能输出。本系统 可应用于所有铁路货车5T设备设计项目,能够极大地提高设 计效率,确保设计质量。

- [7] 李晓辉,杨慧玉,杨江兵,等.少齿差行星减速器动力学仿真分析[J].机械传动,2013,37(11):99-103.
- [8] 张丽华,许可,崔建昆.影响直线共轭齿轮泵制造质量的关键 技术[J].机械工程师,2017(01):86-89.
- [9] 王仲伟,崔建昆,张丽华.直线共轭内啮合齿轮泵的瞬时流量 分析[]].流体传动与控制,2013(04):23-26,29.
- [10] 黄超.少齿差行星减速器动态特性分析及非线性振动研究[D].重庆:重庆大学,2013.
- [11] BU Z F, LIU G. Modal analyses of herringbone planetary gear train with journal bearings[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 54:99–115.
- [12] ERITENEL T. Three-dimensional nonlinear dynamics and vibration reduction of gear pairs and planetary gears[D]. Columbus, USA: The Ohio State University, 2011.

作者简介:

- 崔建昆(1964-), 男, 博士, 副教授.研究领域: 齿轮传动、车辆工程.
- 高先润(1996-), 男, 硕士生.研究领域:结构模块化设计,少 齿差齿轮理论研究.

参考文献(References)

- 中华人民共和国铁道部.铁路车辆运行安全监控系统设计规范:TB 10057—2010[S].北京:中国铁道出版社,2010:1-4.
- [2] 中国铁路总公司.货车轮对尺寸动态检测系统(TWDS)技术 条件:TJ/CL 403—2014[Z].北京:中国铁路总公司,2014:6-7.
- [3] 叶冠宏.城市轨道交通车辆基地设计过程管理的系统设计与 实现[J].电子技术与软件工程,2021(03):71-72.
- [4] 任艳方,孙晶,惠伟,等.铁路企业进项发票管理系统的设计与 实现[]].铁路计算机应用,2021,30(06):37-40.
- [5] LIU Y X, LI X Y. Design and implementation of a business platform system based on Java[J]. Procedia Computer Science, 2020, 166:150–153.
- [6] 吴孙尧.常规桥梁标准化设计技术研究与应用[J].城市道桥与 防洪,2021(05):104-107,16.
- [7] 徐占山,张项.车辆运行安全监控系统建设要求[J].建筑技 艺,2020(S1):13-18.
- [8] 刘彦飞.铁路车辆运行安全监控系统建设研究[J].中国设备工程,2017(20):170-171.

作者简介:

葛 红(1992-),女,硕士,工程师.研究领域:铁路车辆,系 统软件开发.