

无限长单位抽样响应滤波器的水循环算法设计

尹婳楠, 李丹丹, 张宝安, 杨 婧, 方心乐, 刘 婷

(天津商业大学信息工程学院, 天津 300134)

✉489452571@qq.com; 2762569941@qq.com; 1776037217@qq.com;
3340689557@qq.com; xlfang55@163.com; liuting@tjcu.edu.cn



摘 要: 无限长单位抽样响应(Infinite Impulse Response, IIR)滤波器具有尺寸小、计算精度高、稳定等优势,且能以较低的阶数获得良好的频率选择特性。IIR滤波器的设计可归结为最优化问题,可采用智能优化算法进行求解。本文利用最小均方误差为适应度函数,采用水循环算法(Water Cycle Algorithm, WCA)寻找适应度函数的最优解,提升IIR滤波器性能。仿真结果表明,设计滤波器的幅频响应曲线具有比较理想的通带和阻带性能,因此该方案是可行、有效的。

关键词: 水循环算法; IIR滤波器; 最优化IIR滤波器设计; 最小均方误差

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A

Design of Water Cycle Algorithm for Infinite Impulse Response Filter

YIN Ruonan, LI Dandan, ZHANG Baoan, YANG Jing, FANG Xinle, LIU Ting

(School of Information Engineering, Tianjin University of Commerce, Tianjin 300134, China)

✉489452571@qq.com; 2762569941@qq.com; 1776037217@qq.com;
3340689557@qq.com; xlfang55@163.com; liuting@tjcu.edu.cn

Abstract: Infinite Impulse Response (IIR) filter, small, accurate and stable, can obtain good frequency selection characteristics with a lower order. Design of IIR filter can be attributed to an optimization problem, which can be solved by an intelligent optimization algorithm. This paper aims to find out an optimal solution to fitness function in order to improve performance of the IIR filter. Minimum mean square error is used as fitness function and Water Cycle Algorithm (WCA) is adopted. The simulation results show that the amplitude-frequency response curve of the designed filter has ideal passband and stopband performance, so the scheme is feasible and effective.

Keywords: water cycle algorithm; IIR filter; optimal IIR filter design; minimum mean square error

1 引言(Introduction)

随着全球信息化的推进,数字信号处理的理论与应用得到了飞跃式发展。IIR滤波器具有精确度高、使用简单方便等优点,在通信、雷达、生物医学等领域得到广泛的应用。近年来,引起了广大学者的研究,例如,用于语音信号降噪的IIR滤波器^[1],基于MICA的声级计频率加权数字IIR滤波器设计^[2],基于IIR数字滤波器的人体脉搏信号分析^[3]等。智能优化算法是一种模拟自然过程的算法,它们在解决一些复杂的工程问题时大有用武之地。水循环算法^[4]是一种新兴的智能优化算法,在全局优化、收敛速度等方面都优于其他算法,目前

已成功应用于水电站优化调度^[5]、无线传感器网络优化^[6]、物流选址^[7]和存储单元优化设计^[8]等优化领域。本文将水循环算法应用于IIR滤波器设计中,提出了一种基于水循环算法的IIR滤波器设计,并进行了计算机仿真。

2 水循环算法基本原理(Basic principle of water cycle algorithm)

水循环算法源于对大自然中水循环过程的观察、提炼、模拟。WCA运用间接寻优的方法,以适应度为导向,由大海引导河流、河流引导溪流流向更好的位置,减少种群在不恰当区域的搜索,加速收敛,并由蒸发降雨过程辅助算法跳出

局部最优解。WCA的基本步骤如下:

Step1: 选择水循环算法的相关初始参数, 即种群数量 N_{pop} 、最大迭代次数 $\max_it$ 、河流和海洋总个数 N_{sr} 、蒸发条件中的极小值 $d_{\max}$ 。

Step2: 使用式(1)生成随机初始种群个体。

$$X_{pop}^{New} = LB + rand * (UB - LB) \quad (1)$$

其中, UB 和 LB 为搜索区域的上界和下界, $rand$ 为(0, 1)的均匀随机数。

Step3: 计算每个雨滴的适应度值, 按照大小将个体划分为溪流 X_{Stream} 、河流 X_{River} 和大海 X_{Sea} 三个等级。

Step4: 通过式(2)和式(3)确定河流和海洋的流量强度, 并为其分配溪流。

$$C_n = \text{Cost}_n - \text{Cost}_{N_{sr}+1}, n = 1, 2, 3, \dots, N_{sr} \quad (2)$$

$$NS_n = \text{round} \left\{ \frac{C_n}{\sum_{n=1}^{N_{sr}} C_n} \times N_{pop} \right\}, n = 1, 2, 3, \dots, N_{sr} \quad (3)$$

其中, Cost 为个体的适应度函数值。

Step5: 通过式(4)一式(6)实现溪流、河流自我位置的更新。

$$X_{Stream} = X_{Stream} + rand \times C \times (X_{River} - X_{Stream}) \quad (4)$$

$$X_{Stream} = X_{Stream} + rand \times C \times (X_{Sea} - X_{Stream}) \quad (5)$$

$$X_{River} = X_{River} + rand \times C \times (X_{Sea} - X_{River}) \quad (6)$$

Step6: 比较溪流与其跟随的河流(或大海)给出的解, 如果溪流解更优, 河流(大海)位置与溪流位置进行交换。

Step7: 通过式(7)和式(8)判断蒸发条件。

$$\text{if } |X_{Sea} - X_{River}| < d_{\max} \text{ 或 } rand < 0.1 \quad (7)$$

$$\text{if } |X_{Sea} - X_{Stream}| < d_{\max} \quad (8)$$

Step8: 如果满足蒸发条件, 进入下一步, 否则进入Step11。

Step9: 使用式(9)和式(10)进行降雨。

$$X_{Stream}^{New} = LB + (UB - LB) \times rand \quad (9)$$

$$X_{Stream}^{New} = X_{Stream} + \sqrt{\mu} \times randn(1, N) \quad (10)$$

其中, μ 为在海域搜索范围系数。

Step10: 根据式(11)实现 $d_{\max}$ 的递减更新。

$$d_{\max}^{i+1} = d_{\max}^i - \frac{d_{\max}^i}{\max_it} \quad (11)$$

Step11: 判断算法是否达到最大迭代次数, 若达到, 算法结束并输出最优解(海洋的位置), 否则返回Step5。

3 基于水循环算法的IIR滤波器设计(Design of IIR filter based on water cycle algorithm)

3.1 设计原理

利用水循环算法设计IIR数字滤波器, 其系统函数的级联结构为:

$$H(z) = A \prod_{k=1}^N \frac{1 + a_k z^{-1} + b_k z^{-2}}{1 + c_k z^{-1} + d_k z^{-2}} = AG(z) \quad (12)$$

则与之相对应的IIR数字滤波器的频率响应为:

$$H(e^{jw}) = A \prod_{k=1}^N \frac{1 + a_k e^{-jw} + b_k e^{-j2w}}{1 + c_k e^{-jw} + d_k e^{-j2w}} = AG(e^{jw}) \quad (13)$$

$$\text{其中, } G(e^{jw}) = \prod_{k=1}^N \frac{1 + a_k e^{-jw} + b_k e^{-j2w}}{1 + c_k e^{-jw} + d_k e^{-j2w}} \quad (14)$$

本设计中采用频域最小均方误差判别准则, 理想幅频特性为 $|H_d(e^{jw})|$, 在离散频率点 $\{w_i, i=1, 2, \dots, M\}$ 上实际滤波器幅频响应得到与理想滤波器幅频响应间的最小均方误差, 表达式如下:

$$E(D) = \sum_{i=1}^M \left[|H(e^{jw_i})| - |H_d(e^{jw_i})| \right]^2 \quad (15)$$

使得式(15)最小即为设计目标, 其中, D 为 $4N+1$ 维向量。

$$D = (A, a_1, b_1, c_1, d_1, \dots, a_N, b_N, c_N, d_N) \quad (16)$$

由式(14)和式(15)可知, 目标函数均方误差 E 是关于增益 A 和滤波器系数 a_k, b_k, c_k, d_k ($k=1, 2, \dots, N$) 的函数, 所以 E 有 $4N+1$ 个未知参数。

设向量 $\Phi = (a_1, b_1, c_1, d_1, \dots, a_N, b_N, c_N, d_N)$, E 表示为与 A 和 Φ 有关的函数, 如下式:

$$E(D) = E(A, \Phi) = \sum_{i=1}^M \left[|A| |G(e^{jw_i})| - |H_d(e^{jw_i})| \right]^2 \quad (17)$$

将式(17)对 A 求偏导, 同时令其等于零, 可得:

$$\frac{\partial E(D)}{\partial |A|} = \frac{\partial E(A, \Phi)}{\partial |A|} = \sum_{i=1}^M \left\{ 2 \left[|A| \cdot |G(e^{jw_i})| - |H_d(e^{jw_i})| \right] \cdot |G(e^{jw_i})| \right\} = 0 \quad (18)$$

则可以求出增益 A 为:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^M |H_d(e^{jw_i})| \cdot |G(e^{jw_i})|}{\sum_{i=1}^M |G(e^{jw_i})|^2} \quad (19)$$

将式(17)作为滤波器设计的适应度函数, 适应度函数越小, 个体的均方误差就越小, 则个体更优。在整个算法过程中, 拥有最小适应度值的个体就是所要求的最优解, 即IIR滤波器的系数。

3.2 设计步骤

(1)初始化种群: 设置初始参数, 如变量维数 N 、种群数量 N_{pop} 、最大迭代次数 $\max_it$ 、河流和海洋的总个数 N_{sr} 、蒸发条件中的 $d_{\max}$ 。

(2)分别依据式(17)和式(19)计算个体适应度值和最佳增益, 根据适应度值划分等级。

(3)通过式(2)和式(3)确定河流和海洋的流量强度。

(4)通过式(4)一式(6)进行溪流、河流和大海的位置更新。

(5)判断是否满足蒸发条件, 满足则进行降雨, 不满足则进行下一步。

(6)实现 $d_{\max}$ 的递减更新, 判断算法是否达到最大迭代次数。若没有, 则计算个体适应度值, 返回步骤(4)直到达到最大迭代次数。

(7)输出最优解 $D^* = (A^*, a_1^*, b_1^*, c_1^*, d_1^*, \dots, a_N^*, b_N^*, c_N^*, d_N^*)$ (海洋的位置), 将其代入式(12)和式(13)求得滤波器的系统函数和频率响应。

4 实验仿真(Experimental simulation)

利用MATLAB仿真软件验证基于水循环算法的IIR滤波器的可行性, 在仿真实验中设定了水循环算法的初始参数: $N_{pop} = 350$, $N_{sr} = 24$, $d_{\max} = 10^{-5}$, 最大迭代次数

$\max_it=100$ 。

实验一：设计一个6阶的低通数字滤波器，其技术指标如式(20)~式(23)所示。

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \omega \leq 0.48\pi \\ 0.7937 & \omega = 0.5\pi \\ 0.3968 & \omega = 0.52\pi \\ 0 & 0.53\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases} \quad (20)$$

实验二：设计一个6阶的高通数字滤波器，其技术指标如下式

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega \leq 0.48\pi \\ 0.3968 & \omega = 0.5\pi \\ 0.7937 & \omega = 0.52\pi \\ 1 & 0.53\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases} \quad (21)$$

实验三：设计一个6阶的带通数字滤波器，其技术指标如下式

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega \leq 0.25\pi \\ 0.5 & \omega = 0.27\pi \\ 1 & 0.28\pi \leq \omega \leq 0.73\pi \\ 0.5 & \omega = 0.75\pi \\ 0 & 0.76\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases} \quad (22)$$

实验四：设计一个6阶的带阻数字滤波器，其技术指标如下式

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \omega \leq 0.25\pi \\ 0.5 & \omega = 0.27\pi \\ 0 & 0.28\pi \leq \omega \leq 0.73\pi \\ 0.5 & \omega = 0.75\pi \\ 1 & 0.76\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases} \quad (23)$$

实验一至实验四的仿真结果如图1至图4所示。实验仿真结果说明，采用水循环算法设计IIR滤波器，其适应度值能够快速收敛，幅频响应曲线能够逼近理想滤波器的性能曲线，该方法是一种可行的设计方案。

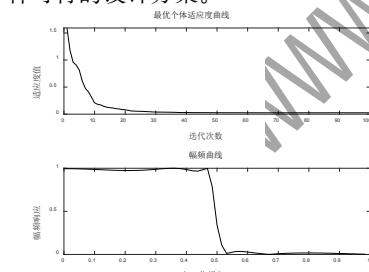


图1 低通滤波器

Fig.1 Low-pass filter

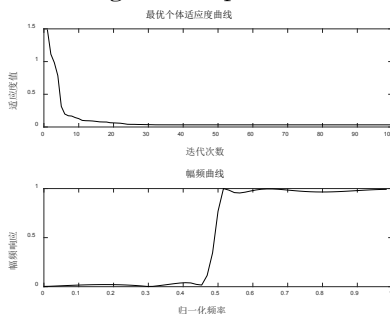


图2 高通滤波器

Fig.2 High-pass filter

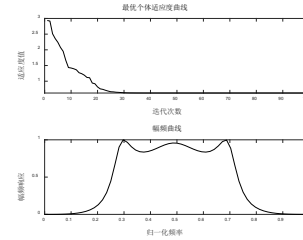


图3 带通滤波器

Fig.3 Band-pass filter

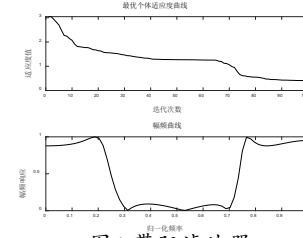


图4 带阻滤波器

Fig.4 Band-stop filter

5 结论(Conclusion)

本文选用最小均方误差准则，将水循环算法应用于IIR数字滤波器的设计。在给出的IIR数字滤波器优化模型的基础上，研究了算法实现方法，主要包括初始化参数，根据适应度进行个体分类，以及求滤波器的系统函数和频率响应三个部分。为了验证设计性能，利用MATLAB软件进行仿真。实验表明，该方法具有全局收敛性能好、收敛速度快等优点，是解决IIR数字滤波器优化设计问题的一种有效方案。

参考文献(References)

- [1] 王常衡,罗钦,任广鹏,等.一种用于语音信号降噪的IIR滤波器[J].现代工业经济和信息化,2019(03):80-81;97.
- [2] 唐求,吴娟,邱伟,等.基于MICA的声级计频率加权数字IIR滤波器设计[J].湖南大学学报(自然科学版),2020(02):78-84.
- [3] 文胜福,王硕,魏宇豪,等.基于IIR数字滤波器的人体脉搏信号分析[J].科学技术创新,2020(15):18-19.
- [4] Hadi Eskandar, Ali Sadollah, Ardeshtir Bahreininejad, et al. Water cycle algorithm-A novel metaheuristic optimization method for solving constrained engineering optimization problems[J]. Computers and Structures, 2012(110):151-166.
- [5] 黄景光,吴巍,程璐瑶,等.基于水循环算法的梯级水电站短期优化调度[J].水电能源科学,2019(1):65-69.
- [6] Ankit Gambhir, Ashish Payal, Rajeev Arya. Water cycle algorithm based optimized clustering protocol for wireless sensor network[J]. Journal of Interdisciplinary Mathematics, 2020(23): 367-377.
- [7] 郭佩刚.基于水循环算法的物流自动选址技术设计[J].自动化与仪器仪表,2018(10):87-90.
- [8] Jyotsna Bahl, Bhaskaran Muralidharan. Optimization of a hybrid phase-change memory cell using the water cycle algorithm[J]. Journal of Computational Electronics, 2019(18):1192-1200.

作者简介:

尹婧楠(2000-),女,本科生.研究领域:智能信号与信息处理.
李丹丹(1999-),女,本科生.研究领域:智能信号与信息处理.
张宝安(1999-),男,本科生.研究领域:智能信号与信息处理.
杨靖(2000-),女,本科生.研究领域:智能信号与信息处理.
方心乐(2000-),男,本科生.研究领域:智能信号与信息处理.
刘婷(1981-),女,博士,副教授.研究领域:智能信号与信息处理.